

ORSAY
Série A
N° d'ordre
785

T H E S E

PRESENTÉE

A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITE DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Georges SURGET

CONTRIBUTION A L'ETUDE EXPERIMENTALE
DE LA REACTION ${}^7\text{Li} (d \alpha) {}^5\text{He}$, A BASSE ENERGIE

Soutenue le 16 juin 1971, devant la Commission d'Examen

MM. M. JEAN Président

M. RIOU

R. BASILE Examineurs

R. BALLINI

ORSAY
Série A
N° d'ordre
785

T H E S E

PRESENTÉE

**A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITE DE PARIS**

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Georges SURGET

**CONTRIBUTION A L'ETUDE EXPERIMENTALE
DE LA REACTION ${}^7\text{Li} (d \alpha) {}^5\text{He}$, A BASSE ENERGIE**

Soutenue le 16 juin 1971, devant la Commission d'Examen

MM. M. JEAN	Président
M. RIOU	
R. BASILE	Examineurs
R. BALLINI	

1882

PRESENTÉ

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
UNIVERSITÉ DE PARIS

PAR M. DUBOIS

LE CRISTAL DE DOCTEUR DE MATHÉMATIQUES

DOCTEUR EN MATHÉMATIQUES

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE EXPERIMENTALE
DE LA RÉACTION DE LA MATHÉMATIQUE



Acquis par la bibliothèque de la Faculté des Sciences

Le 15 Mars 1882

DE LA FACULTÉ

DE LA FACULTÉ

DE LA FACULTÉ

- R E M E R C I E M E N T S -

C'est à la bienveillance de Monsieur LAURENT, Directeur du Centre d'Etudes de Bruyères-le-Châtel, et de Monsieur LEUBA, Chef du Service de Physique Expérimentale, que je dois d'avoir pu effectuer ce travail, et je les en remercie.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur M. JEAN qui m'a fait l'honneur de diriger cette étude, à Monsieur le Professeur R. BASILE qui a bien voulu en suivre le déroulement et me prodiguer conseils et encouragements ainsi qu'à Monsieur le Professeur M. RIOU et Monsieur R. BALLINI qui ont accepté de faire partie du Jury et me faire part de leurs critiques.

L'interprétation théorique des résultats doit beaucoup à Monsieur le Professeur C. MAHAUX et à Monsieur A. LEJEUNE dont les conseils m'ont été précieux ; qu'ils soient assurés de ma plus vive reconnaissance.

Je remercie très profondément Monsieur le Professeur M. DEMEUR dont les suggestions ont permis d'orienter cette étude à son début, et Monsieur A. PERRIN dont le soutien dans l'initiative de ce travail a été déterminant.

Cette étude n'a pu être menée à son terme que grâce à un travail d'équipe, auquel ont participé de très près mes camarades G. BRUNO, M.Y. DECHARGE, M. LE BARS, avec une mention particulière pour J. DECHARGE qui a pris une part prépondérante dans l'analyse théorique des résultats, avec les facilités dont il a pu bénéficier grâce à la bienveillance de son Chef de Section Monsieur J. SALVY. Les compétences de Messieurs MAUNAT, DALBERA, ESCARIEUX et de Mademoiselle SUINOT nous ont été d'un grand secours pour l'obtention des résultats expérimentaux et leur dépouillement. Ils savent tous combien je leur en suis reconnaissant.

C'est un plaisir pour moi d'adresser mes remerciements à Mademoiselle DUFOUR et Madame BEUVE qui ont programmé les différents calculs nécessaires à ce travail et à tous ceux qui ont assurée la bonne marche de l'accélérateur, la fabrication des cibles et la mise en oeuvre des calculateurs.

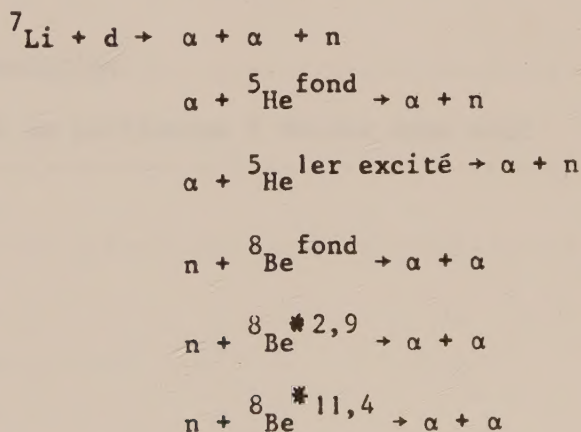
La présentation matérielle de ce mémoire est due à la patience et aux soins de Mademoiselle SUINOT, Madame DELAPIERRE, et Mademoiselle JOLIBOIS ; qu'elles en soient vivement remerciées.

I - INTRODUCTION

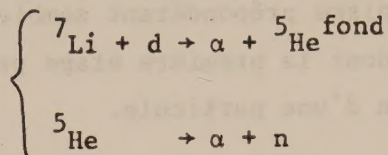
L'étude des réactions produisant trois corps dans la voie de sortie peut donner des renseignements utiles sur le mécanisme de ce type de réactions et sur les niveaux des noyaux mis en jeu. Sur les noyaux légers à basse énergie, le mécanisme prépondérant semble être une séquence de deux réactions à deux corps dont la première étape produit un corps instable vis à vis de l'émission d'une particule.

La possibilité de l'émission simultanée de trois particules ("Tripartition directe") et les différentes voies possibles pour une réaction séquentielle ne permettent pas une analyse simple des spectres expérimentaux observés à l'aide d'un seul détecteur. L'étude de la cinématique de ce genre de réaction montre qu'il subsiste une indétermination qui ne peut être levée qu'en observant les spectres biparamétriques obtenus par une méthode de coïncidence entre deux des particules finales émises.

Nous avons entrepris l'étude de la réaction ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha + \alpha + n$ dans la gamme d'énergie incidente disponible sur un Van de Graaff 2 MeV. Les particules α peuvent avoir pour origine les réactions suivantes : (fig 1 tirée de [Aj 66])



L'étude des spectres en coïncidence nous montre que, dans nos conditions expérimentales, la réaction se produit de préférence par la séquence



En représentant par une forme de BREIT-WIGNER l'état fondamental de ${}^5\text{He}$ et en étudiant la corrélation angulaire entre les deux particules α émises, on peut retrouver la forme des spectres biparamétriques observés, ce qui confirme la faible influence du passage de la première étape par le premier état excité de ${}^5\text{He}$ et le deuxième état de ${}^8\text{Be}$.

On montre aussi que la première étape de la réaction est due à un mécanisme de noyau composé et une analyse de cette première étape permet de déterminer les caractéristiques des états du noyau composé ${}^9\text{Be}$, excités dans la gamme d'énergie étudiée.

TABLE DES MATIERES

I	-	INTRODUCTION	page	1
II	-	MECANISME DES REACTIONS DONNANT TROIS CORPS DANS LA VOIE DE SORTIE	page	3
III	-	CINEMATIQUE DES REACTIONS A TROIS CORPS	page	6
IV	-	DENSITE D'ETATS DANS L'ESPACE DES PHASES	page	18
V	-	DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET MESURES EFFECTUEES	page	31
VI	-	ETUDE DES SPECTRES LIBRES	page	42
VII	-	ETUDE DES SPECTRES EN COINCIDENCE	page	56
VIII	-	RAPPELS THEORIQUES	page	68
IX	-	APPLICATION DE LA MATRICE R A L'ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX DE LA PREMIERE ETAPE	page	99
X	-	ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX DE ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha + {}^5\text{He}$	page	113
XI	-	ETUDE DE LA DIFFUSION ELASTIQUE ${}^7\text{Li} (dd) {}^7\text{Li}$	page	127
XII	-	CONCLUSION	page	141
ANNEXE I - Correction de résolution.....				148
ANNEXE II - Calcul du spectre de particules 2 émises dans tout le cone				151
BIBLIOGRAPHIE				155

FIGURES

II - MECANISME DE REACTION DONNANT TROIS CORPS DANS LA VOIE DE SORTIE

La théorie des perturbations nous indique que la probabilité de transition par unité de temps d'un état initial i à un état final f , peut s'exprimer sous la forme :

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} | \langle f | H' | i \rangle |^2 \rho_F \quad \left[\text{Me 60 - Sc 55} \right]$$

où $\langle i | H' | f \rangle$ est un élément de la matrice représentant la transition sous l'effet de la perturbation H' .

ρ_F est le "facteur d'espace de phase" ou "densité d'états finaux".

Pour une réaction conduisant à trois corps dans l'état final, on peut envisager deux mécanismes distincts :

- le phénomène de tripartition directe
- le phénomène séquentiel

L'étude de la cinématique nous permettra de voir comment distinguer ces deux mécanismes.

II-1 Tripartition directe

Soient : p la particule incidente, c le noyau cible et 1, 2 et 3 les produits de la réaction. On a $p + c \rightarrow 1 + 2 + 3$, les particules 1, 2 et 3 étant émises simultanément à partir du système $(p+c)$.

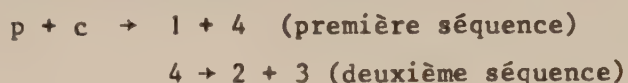
L'élément de matrice $\langle f | H' | i \rangle$ étant inconnu, on admet généralement qu'on peut le représenter par une constante M .

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} | M |^2 \rho_3$$

La probabilité d'observer les trois particules dans la voie de sortie sera déterminée uniquement par la densité d'états finaux à 3 particules ρ_3 , que nous étudierons au chapitre suivant.

II-2 Phénomène séquentiel

Dans ce cas, l'émission de trois particules en voie de sortie est due à la succession de deux réactions à deux corps.



4 représente un état intermédiaire instable qui se décompose en donnant naissance à 2 et 3.

On peut considérer qu'un tel phénomène est séquentiel si l'interaction entre les particules 2 et 3 forme l'état intermédiaire 4 avec une durée de vie assez longue pour que, lorsque 4 donne naissance à 2 et 3, la particule 1 soit assez loin du système 4, et que son action sur 2 et 3 puisse être considérée comme négligeable. Dans le cas contraire, on doit se trouver en présence d'un phénomène intermédiaire entre la tripartition directe et une réaction séquentielle.

Pour la première séquence de la réaction, la probabilité de transition sera :

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle 4 + 1, E_1 | H' | c + p, E_p \rangle \right|^2 \rho_2$$

où ρ_2 est la densité d'états finaux à deux corps.

La particule 4 est instable et va produire 2 + 3. Le spectre en énergie de la particule 1 va dépendre de l'état dans lequel se trouve le noyau intermédiaire 4. On peut tenir compte de cette influence par un facteur nucléaire, $\rho(\epsilon_4)$ densité d'états de la particule 4, où ϵ_4 est l'énergie de 4 au-dessus du seuil de désintégration en 2 + 3.

Dans le cas où la particule 4 ne peut exister que dans des états d'énergie bien définie E_n , la probabilité de transition ne sera différente de zéro que pour les énergies $\epsilon_4 = E_n$, ce qu'on peut traduire en écrivant :

$$\rho(\epsilon_4) = \sum_n \delta(\epsilon_4 - E_n)$$

Si la particule 4 peut exister dans un état virtuel ou résonant de durée de vie τ , diverses formes pour $\rho(\epsilon_4)$ ont été proposées par WATSON [Wa 52] PHILIPPS [Ph 60] ; WEBER [We 58]. Ces diverses formes sont d'ailleurs équivalentes, dans le cas où la particule 4 peut être considérée comme un état résonant isolé et de longue durée de vie [Ba 62].

L'élément de matrice $\langle |H'| \rangle$ dépend du mécanisme de la première étape de la réaction. Pour un mécanisme de noyau composé, au voisinage de résonances, on pourra l'évaluer à l'aide du formalisme de la matrice R [Sw 65].

Nous nous proposons de chercher des expressions de l'élément de matrice et de $\rho(\epsilon_4)$, nous permettant de rendre compte des spectres observés expérimentalement dans la gamme d'énergie incidente dont nous disposons.

III - CINEMATIQUE DES REACTIONS A TROIS CORPS

III-1 Position du problème

Les énergies mises en jeu étant pour nous toujours très inférieures à l'énergie équivalente à la masse au repos des particules considérées, nous nous placerons dans le cas non relativiste.

Pour connaître complètement le mouvement du système dans le cas de trois particules dans la voie de sortie, il faut déterminer les trois composantes des quantités de mouvement de chacune des trois particules, soit au total neuf inconnues.

Les lois de conservation de l'impulsion $\sum \vec{p}_i = 0$, et de l'énergie $\sum E_i = \text{Constante}$, fournissent quatre relations, et permettent de conclure que sur les neufs inconnues, cinq sont indépendantes.

La détection d'une particule dans une direction donnée, et la mesure de son énergie cinétique, nous fournissent trois de ces variables indépendantes ; le problème n'est donc pas complètement déterminé par la détection d'une particule, et cela va se traduire sur les autres particules par des spectres comportant un continuum en énergie (cas des spectres "libres").

Par contre, la détection en coïncidence de deux des trois particules sortantes et la mesure de leur énergie nous permettent de déterminer six paramètres du mouvement. Comme cinq seulement de ces paramètres sont indépendants, cela implique une contrainte, et on peut trouver une relation liant les énergies des particules détectées.

Dans un plan dont les coordonnées rectangulaires sont les énergies E_1 et E_2 des particules détectées en coïncidence, cette relation sera représentée par une courbe que nous appellerons "courbe de tripartition".

III-2 Notations

Nous noterons par m_i , V_i , p_i , E_i , θ_i , ϕ_i respectivement les masse, vitesse, impulsion, énergie et angle d'émission par rapport à la direction du faisceau incident. L'indice i identifie la particule et peut représenter le noyau cible c , la particule incidente p , les trois particules finales 1, 2 et 3 et l'état intermédiaire 4 donnant naissance à 2 et 3.

Ces quantités peuvent être mesurées par rapport à trois systèmes de référence :

- le système lié au laboratoire "L".
- le système lié au centre de masse des trois particules de sortie "C"
- le système lié au centre de masse de l'état intermédiaire 4, au centre de masse des particules 2 et 3, "R"

Suivant que les quantités précédentes seront mesurées par rapport à l'un ou l'autre de ces centres de référence, on leur affectera un indice supérieur L, C ou R.

III-3 Cinématique à trois corps dans le centre de masse C

Pour simplifier les calculs, nous nous plaçons dans le cas où la détection se fait dans un plan contenant le faisceau incident, plan pour lequel nous posons que l'azimut est égal à zéro. Les conclusions qu'on peut tirer de la cinématique ne sont pas modifiées par cette simplification. (Dans ce paragraphe, pour toutes les quantités évaluées dans le centre de masse, l'indice supérieur C sera omis et sous entendu).

III-3-1 Tripartition directe

La conservation de l'impulsion et de l'énergie totale du système nous permet d'écrire le système d'équation suivant :

$$\begin{aligned} (1) \quad & \left\{ \begin{array}{l} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0 \\ E_1 + E_2 + E_3 = Q + \epsilon \end{array} \right. \end{aligned}$$

Q est le bilan énergétique de la réaction, $\epsilon = \frac{m_c}{m_c + m_p} E_p^L$
l'énergie incidente disponible dans le système C.

On prend comme axes de référence la direction du faisceau incident et la direction qui s'en déduit par une rotation de $\frac{\pi}{2}$, le système étant centré au point C.

De la relation vectorielle

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = -\vec{p}_3$$

on tire : $p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)$ (3),

où on peut remplacer les impulsions en fonction des énergies,

$$p_1^2 = 2m_1 E_1 \quad ; \quad p_2^2 = 2m_2 E_2 \quad ; \quad p_3^2 = 2m_3 E_3$$

L'équation (3) devient :

$$(4) \quad m_3 E_3 = m_1 E_1 + m_2 E_2 + 2 \sqrt{m_1 m_2 E_1 E_2} \cos(\theta_1 - \theta_2).$$

L'élimination de E_3 entre les équations (2) et (4), donne une relation liant les énergies E_1 et E_2 des particules détectées en coïncidence dans les directions θ_1 et θ_2 .

$$m_3 (Q + \epsilon) = E_1 (m_1 + m_3) + E_2 (m_2 + m_3) + 2 \sqrt{E_1 E_2 m_1 m_2} \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

Dans le plan (E_1, E_2) cette relation est représentée par une ellipse : la courbe de tripartition. Tous les évènements correspondant à la détection en coïncidence des particules 1 et 2 dans les directions θ_1 et θ_2 , se trouveront sur cette courbe.

Lorsque l'angle $\theta = \theta_1 - \theta_2$ varie, on obtient une famille d'ellipses tangentes aux axes en deux points fixes de coordonnées :

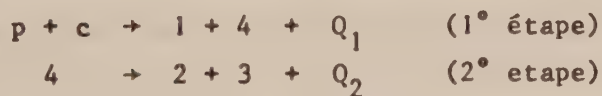
$$E_1 = 0 \quad E_2 = \frac{m_3}{m_2 + m_3} (Q + \epsilon)$$

$$E_2 = 0 \quad E_1 = \frac{m_3}{m_1 + m_3} (Q + \epsilon)$$

Cette famille d'ellipses décrit la portion du plan (E_1, E_2) comprise à l'intérieur de l'ellipse correspondant à $\cos \theta = 1$. L'ensemble de la figure constitue un diagramme de DALITZ orthogonal. Dans le cas de la tripartition directe, on peut montrer [Sk 64] que la population à l'intérieur du diagramme de DALITZ est uniforme.

III-3-2 Réaction séquentielle

Une réaction séquentielle peut se schématiser de la façon suivante :



4 représente l'état intermédiaire qui engendre 2 et 3, et on a $Q = Q_1 + Q_2$. La relation cinématique définissant le diagramme de DALITZ reste valable, mais on a une contrainte supplémentaire imposée par la chaleur de réaction Q_2 de la 2[°] étape de la réaction.

III-3-2-1 Détection en coïncidence des particules 1 et 2 ou 1 et 3.

La première étape est une réaction à deux corps. On a :

$$\begin{cases} \vec{p}_1 + \vec{p}_4 = 0 \\ E_1 + E_4 = Q_1 + \varepsilon \end{cases}$$

soit, en remplaçant les impulsions en fonction de l'énergie :

$$\begin{cases} 2 m_1 E_1 = 2 m_4 E_4 \\ E_1 + E_4 = Q_1 + \varepsilon \end{cases}$$

On en tire :

$$E_1 = \frac{m_4}{m_1 + m_4} (Q_1 + \varepsilon)$$

$$E_4 = \frac{m_1}{m_1 + m_4} (Q_1 + \varepsilon)$$

Pour un état déterminé de la particule 4, et une énergie incidente donnée, E_1 est constant. Les événements en coïncidence se trouveront à l'intersection de la courbe de tripartition correspondant au couple (1,2) ou (1,3) et de la droite $E_1 = \text{constante}$.

III-3-2-2 Détection en coïncidence des particules 2 et 3 provenant de la cassure de l'état intermédiaire 4

Les particules 2 et 3 sont produites par la cassure de 4 avec une chaleur de réaction Q_2 . On a

$$E_2 + E_3 = E_4 + Q_2 ,$$

soit

$$E_2 + E_3 = \frac{m_1}{m_1 + m_4} (Q_1 + \varepsilon) + Q_2$$

Pour un état déterminé de la particule 4, on voit que $E_2 + E_3 = \text{Constante}$. Les événements correspondant à la détection en coïncidence du couple (2,3) se placeront à l'intersection de la courbe de tripartition relative à ces deux particules et de la droite $E_2 + E_3 = \text{Constante}$, qui est parallèle à la deuxième bissectrice.

Dans le cas d'une réaction séquentielle, on voit ainsi que les événements en coïncidence se grouperont dans des régions privilégiées du diagramme de DALITZ, contrairement au cas de la tripartition directe.

La figure 2 résume les conditions cinématiques dans le cas d'une réaction séquentielle.

III-4 Cinématique dans le système du laboratoire L

[l'indice supérieur L, omis, sera sous entendu]

III-4-1 Tripartition directe

On a maintenant le système d'équations :

$$\begin{cases} (1) & \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p}_p \quad \text{avec } p_p = \sqrt{2 m_p E_p} \\ (2) & E_1 + E_2 + E_3 = Q \end{cases}$$

On prend un système d'axes dont l'origine est placée au centre du laboratoire L ; un des axes est parallèle à la direction du faisceau incident, et l'autre s'en déduit par une rotation de $\frac{\pi}{2}$.

La relation vectorielle :

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_p = -\vec{p}_3$$

donne
$$p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_p^2 + 2 \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - 2 \vec{p}_p \cdot (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$$

soit :

$$p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_p^2 + 2 p_1 p_2 \cos (\theta_1 - \theta_2) - 2 p_p (p_1 \cos \theta_1 + p_2 \cos \theta_2)$$

En exprimant les impulsions en fonction des énergies, et en éliminant E_3 entre l'équation obtenue et la relation (2), on obtient :

$$(m_3 - m_p) E_p + m_3 Q = (m_1 + m_3) E_1 + (m_2 + m_3) E_2 + 2\sqrt{m_1 m_2 E_1 E_2} \cos (\theta_1 - \theta_2) \\ - 2 \sqrt{m_p E_p E_1 m_1} \cos \theta_1 - 2 \sqrt{m_p E_p m_2 E_2} \cos \theta_2$$

Dans le plan (E_1, E_2) , cette équation représente la courbe de tripartition, qui est ici une courbe du 4ème degré dont le domaine utile correspond à E_1 et E_2 positifs. Lorsque θ_1 et θ_2 varient, ces courbes décrivent une portion du plan (E_1, E_2) dans laquelle doivent se trouver tous les événements correspondant à des coïncidences entre 1 et 2.

Les détecteurs étant placés aux angles θ_1 et θ_2 , on peut fort bien détecter la particule 2 dans la direction θ_1 , et la particule 1 dans la direction θ_2 . On obtient alors une courbe de tripartition différente. Ainsi la détection du couple de particules (1,2) avec des détecteurs placés dans les directions θ_1 et θ_2 peut donner des événements se plaçant sur deux courbes distinctes.

Dans les mêmes conditions, la détection des couples (1,3) et (2,3) produira le même effet. Dans le cas le plus général, la détection en coïncidence de deux quelconques des trois particules émises dans deux directions θ et θ' , conduit à des événements se situant sur un lieu composé de six courbes distinctes.

Cas particuliers :

- si deux des particules émises sont identiques, le lieu se réduit à 3 courbes distinctes ;

- si les 3 particules sont identiques, le lieu est composé d'une seule courbe ;
- si deux des particules émises sont identiques, et si la troisième particule n'est pas détectée, (par exemple un neutron est émis et les détecteurs utilisés n'y sont pas sensibles), le lieu composé de six courbes dégénère en un lieu formé par une courbe unique.

III-4-2 Réaction séquentielle

Les contraintes supplémentaires introduites par ce mécanisme s'expriment d'une manière un peu moins simple que dans le système C, mais les conclusions restent les mêmes.

III-4-2-1 Détection d'un couple (1, 2) ou (1, 3)

La première étape de la réaction $p + c \rightarrow l + 4 + Q_1$ entraîne :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 \cos \theta_1 + p_4 \cos \theta_4 = p_p \\ p_1 \sin \theta_1 + p_4 \sin \theta_4 = 0 \\ E_1 + E_4 = E_p + Q_1 \end{array} \right.$$

Des deux premières équations on tire :

$$p_4^2 = p_1^2 + p_p^2 - 2p_1 p_p \cos \theta_1$$

Exprimant les impulsions en fonction de l'énergie, et éliminant E_4 , on obtient :

$$E_1 (m_1 + m_4) - 2 \sqrt{m_1 m_p E_1 E_p} \cos \theta_1 - m_4 Q_1 + E_p (m_p - m_4) = 0$$

Cette équation du 2ème degré en $\sqrt{E_1}$ permet d'écrire

$$\sqrt{E_1} = v \pm \sqrt{v^2 + w}, \text{ où on a posé } v = \sqrt{\frac{m_1 m_p E_p}{m_1 + m_4}} \cos \theta_1$$

$$w = \frac{m_4 Q_1 + E_p (m_4 - m_p)}{m_1 + m_4}$$

On voit ainsi que dans une direction fixée θ_1 , E_1 est constant. Les évènements en coïncidence se trouveront à l'intersection de la droite $E_1 = \text{Constante}$ et de la courbe de tripartition correspondant au couple (1, 2) ou (1, 3).

.III-4-2-2 Détection d'un couple (2,3) provenant de la cassure de 4.

Nous avons vu que dans le système C on avait :

$$E_2^c + E_3^c = \frac{m_1}{m_1 + m_4} (Q_1 + \epsilon) + Q_2$$

On remplace E_2^c et E_3^c par leur expression dans le système L

$$E_2^c = E_2 - 2a_2 \sqrt{E_2} \cos \theta_2 + a_2^2 \quad \text{avec} \quad a_2 = \frac{(m_2 m_p E_p)^{1/2}}{m_p + m_c}$$

$$E_3^c = E_3 - 2a_3 \sqrt{E_3} \cos \theta_3 + a_3^2 \quad \text{avec} \quad a_3 = \frac{(m_3 m_p E_p)^{1/2}}{m_p + m_c}$$

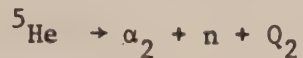
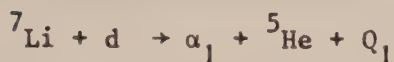
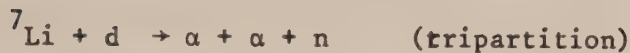
d'où dans le laboratoire :

$$Q_2 + \frac{m_1}{m_1 + m_4} (Q_1 + \epsilon) = E_2 + E_3 - 2a_2 \sqrt{E_2} \cos \theta_2 - 2a_3 \sqrt{E_3} \cos \theta_3 + a_2^2 + a_3^2$$

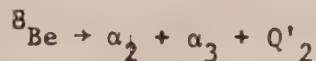
Les évènements correspondant à la détection en coïncidence des particules 2 et 3 se trouveront à l'intersection de la courbe représentative de cette équation, et de la courbe de tripartition relative au couple (2,3).

III-5 Cas particulier de la réaction ${}^7\text{Li} + d$ - Diagramme de vitesse

On peut avoir les réactions :



(Dans la gamme d'énergie étudiée, le ${}^5\text{He}$ ne peut être formé que dans un état d'excitation inférieur au seuil de décomposition en D + T)

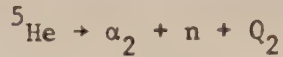
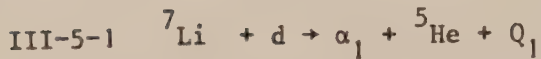


On a dans tous les cas $Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2 = Q$

Les détecteurs employés n'étant pas sensibles aux neutrons, nous nous trouvons dans le cas où on a deux particules identiques, la troisième particule n'étant pas détectée et la courbe de tripartition est unique.

Dans le cas de la tripartition directe, nous verrons que toute la surface du diagramme de DALITZ doit être également peuplée.

Si on a une réaction séquentielle, il faut envisager deux possibilités :



Les deux particules α émises, bien qu'identiques, ne jouent pas exactement le même rôle. Nous affecterons l'indice 1 à celle qui est émise en même temps que ${}^5\text{He}$ (1ère séquence), et l'indice 2 à celle qui provient de la cassure de ${}^5\text{He}$ en $\alpha + n$.

En fait, la courbe de tripartition unique correspondant à deux angles θ et θ' est constituée par deux courbes distinctes (superposées la première correspondant à α_1 détecté dans la direction θ , et α_2 dans la direction θ' ; la deuxième à α_1 détecté dans la direction θ' , et α_2 dans la direction θ .

Pour une valeur déterminée de Q_2 , l'énergie $E_{\alpha_1}(\theta)$ d'un α_1 détecté dans la direction θ est bien déterminée. Les événements en coïncidence se placeront à l'intersection de la courbe de tripartition et de la droite $E_{\theta} = E_{\alpha_1}(\theta)$.

D'autre part, un α_1 détecté dans la direction θ' a une énergie $E_{\alpha_1}(\theta')$. Les coïncidences correspondantes se trouveront à l'intersection de la courbe de tripartition et de la droite $E_{\theta}' = E_{\alpha_1}(\theta')$.

On a donc, dans le cas général, 4 points d'accumulation de coïncidences ($\alpha_1 \alpha_2$) le long de la courbe de tripartition.

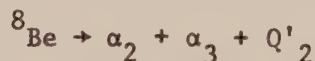
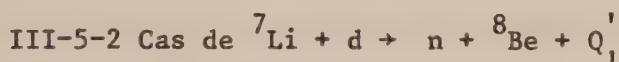
Une représentation commode de la cinématique est obtenue en affectant à chaque particule, ou ensemble de particules, un vecteur proportionnel à sa vitesse (figure 3).

L représente le centre de référence du laboratoire, C le centre de masse des trois particules, R l'hélium 5, centre de masse des particules α_2 et n.

Le vecteur $\vec{LC}$ est la vitesse d'entraînement de C par rapport à L.

Si l'on détecte l' α_1 dans une direction θ_1^C , l'hélium 5 est émis dans la direction opposée par rapport à C. A partir du point R, l' α_2 peut être émis dans une direction quelconque. L'extrémité du vecteur V_2^R s'appuie donc sur une sphère centrée en R.

On voit ainsi immédiatement dans le laboratoire que si on détecte la particule α_1 dans la direction θ_1^L , on ne pourra avoir de coïncidences avec un α_2 que si le deuxième détecteur est dans le cône de sommet L s'appuyant sur la sphère centrée en R.



Dans ce cas, les deux particules α ont un rôle identique. Sur le diagramme de DALITZ du système C, on a $E_{\alpha 2} + E_{\alpha 3} = \text{constante}$. Les points d'accumulation se font sur une droite parallèle à la deuxième bissectrice dont l'ordonnée à l'origine dépend de Q'_2 , c'est à dire de l'état d'excitation de ${}^8\text{Be}$.

Dans le système L, ces points sont à l'intersection de la courbe de tripartition et d'une courbe du 4ème degré.

Dans ce cas, l'usage du diagramme de vitesse est moins commode ; en effet, ne détectant pas les neutrons, rien ne permet de particulariser la direction d'émission du noyau ${}^8\text{Be}$ à partir du centre C. Le point R lié au noyau ${}^8\text{Be}$ peut se trouver en un point quelconque d'une sphère centrée en C, dont le rayon est proportionnel à la vitesse de ${}^8\text{Be}$ dans le système C. A partir d'un point R, les deux α sont émis en opposition dans une direction quelconque, avec une vitesse V_α^R par rapport au point R. (fig. 4)

IV - DENSITE D'ETATS DANS L'ESPACE DES PHASES

Dans une réaction de tripartition directe où la matrice de transition est considérée comme une constante, la section efficace dépend essentiellement de la densité d'états.

Nous allons définir cette densité d'états, montrer qu'elle implique une distribution uniforme des événements dans le diagramme de DALITZ, et chercher son expression dans la référence du laboratoire.

IV-1 Définition de la densité d'états dans l'espace des phases

L'état de mouvement d'une particule libre peut être caractérisé par sa position et son impulsion : soit un point dans un espace à 6 dimensions x, y, z, p_x, p_y, p_z .

En mécanique quantique, le principe d'incertitude spécifie qu'on ne peut déterminer exactement simultanément la position et l'impulsion et qu'on a :

$$\Delta x \Delta p_x \geq 2 \pi \hbar$$

Un état de mouvement ne peut être défini qu'à cette indétermination près qui correspond à un volume élémentaire $(2 \pi \hbar)^3$.

Le nombre d'états de mouvement d'une particule sera égal au volume total dans l'espace des phases, divisé par le volume élémentaire.

$$N_1 = \frac{1}{(2 \pi \hbar)^3} \int dx dy dz dp_x dp_y dp_z$$

quantité qui sera notée $N_1 = \frac{1}{(2 \pi \hbar)^3} \int d^3x d^3p$

Si la particule est confinée dans un volume géométrique $V = \int d^3x$, on peut écrire

$$N_1 = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p$$

Lorsqu'on a 3 particules, confinées dans le même volume géométrique V , le nombre d'états possibles devient

$$N_3 = \left[\frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \right]^3 \int d^3p_1 d^3p_2 d^3p_3$$

Si les 3 particules proviennent d'une réaction nucléaire, le mouvement de chacune des trois particules n'est pas indépendant et l'intégrale, qui s'étend sur toutes les valeurs possibles des impulsions doit exprimer la conservation de l'impulsion totale $\vec{p}$ et de l'énergie totale E du système.

Les valeurs de l'énergie totale et de l'impulsion totale sont imposées par les conditions initiales et seront notées respectivement E_0 et $\vec{p}_0$.

Pour tenir compte des lois de conservation, on utilise les propriétés des fonctions de Dirac :

$$\int \delta(E_0 - E) dE = 1 \quad \text{et} \quad \int \delta^3(\vec{p}_0 - \vec{p}) d\vec{p} = 1$$

quand on intègre sur un intervalle contenant les valeurs E_0 et $\vec{p}_0$.

La densité d'états est définie par le nombre d'états par unité d'intervalle d'énergie totale

$$\rho_3(E) = \frac{\partial N_3}{\partial E}$$

En remarquant que

$$\frac{d}{dE} \int \delta(E_0 - E) dE = \delta(E_0 - E)$$

SKJEGGESTAD [Sk 64] montre que :

$$\frac{\partial N_3}{\partial E} = \rho_3(E) \sim \int d^3p_1 d^3p_2 \delta(E_0 - E)$$

IV-2 Distributions avec E_1 et E_2 comme variables. Diagramme de Dalitz.

Dans le système du centre de masse des trois particules on a

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$$

$$E_1 + E_2 + E_3 = E$$

et

$$\rho_3 \sim \int d^3p_1 d^3p_2 \delta(E_0 - E_1 - E_2 - E_3)$$

En coordonnées polaires, un élément d^3p s'écrit $d^3p = p^2 dp d\Omega$,
d'où :

$$\rho_3 \sim \int p_1^2 dp_1 d\Omega_1 p_2^2 dp_2 d\Omega_2 \delta(E_0 - E_1 - E_2 - E_3)$$

Repérons la direction de $\vec{p}_1$, par rapport à la direction du faisceau incident, par l'angle (θ_1, ϕ_1) , et la direction de $\vec{p}_2$, par rapport à $\vec{p}_1$ avec l'angle (θ_{12}) . Dans ces conditions, on a :

$$d\Omega_1 = \sin \theta_1 d\theta_1 d\phi_1 \quad \text{et} \quad d\Omega_2 = \sin \theta_{12} d\theta_{12} d\phi_{12} = d(\cos \theta_{12}) d\phi_{12}$$

En tripartition directe, l'élément de matrice étant constant, l'émission d'une particule est isotrope dans le système du centre de masse. L'intégration sur $d\Omega_1$ donnera 4π et celle sur $d\phi_{12}$ donnera 2π .

On obtient donc :

$$\rho_3 \sim \int p_1^2 dp_1 4\pi p_2^2 dp_2 2\pi d(\cos \theta_{12}) \delta(E_0 - E_1 - E_2 - E_3) ;$$

pour évaluer $d(\cos \theta_{12})$, on considère la relation :

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = -\vec{p}_3 \quad \text{d'où} \quad p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2 p_1 p_2 \cos \theta_{12}$$

Pour p_1 et p_2 fixés, $p_3 dp_3 = p_1 p_2 d(\cos \theta_{12})$ soit $d(\cos \theta_{12}) = \frac{p_3 dp_3}{p_1 p_2}$

l'expression de ρ_3 devient :

$$\rho_3 \sim 8\pi^2 \int p_1^2 dp_1 p_2^2 dp_2 \frac{p_3 dp_3}{p_1 p_2} \delta(E_0 - E_1 - E_2 - E_3)$$

$$\rho_3 \sim 8 \pi \int p_1 dp_1 p_2 dp_2 p_3 dp_3 \delta (E_0 - E_1 - E_2 - E_3)$$

Or, $p dp = m dE$

En remplaçant les impulsions par leur expression en fonction de l'énergie on a :

$$\rho_3 \sim 8 \pi^2 m_1 m_2 m_3 \int dE_1 dE_2 dE_3 \delta (E_0 - E_1 - E_2 - E_3)$$

L'intégrale sur E_3 de la fonction δ donne 1 si l'énergie totale est conservée

$$\rho_3 \sim 8 \pi^2 m_1 m_2 m_3 \int dE_1 dE_2$$

Dans le système du centre de masse, la densité d'états est proportionnelle à la surface dans le plan $E_1 E_2$. On voit ainsi que, dans l'hypothèse d'une tripartition directe, la distribution des évènements (déterminée par ρ_3) est uniforme dans le diagramme de DALITZ du plan $(E_1 E_2)$ construit dans la référence du centre de masse des trois particules.

IV-3 Expression de la densité d'états dans la référence du laboratoire

En tripartition directe, la section efficace est proportionnelle à la densité d'états (si on admet que l'élément de matrice est constant)

$$\sigma \sim \rho (E_{\text{totale}})$$

Le spectre correspondant à une particule 1, détectée dans une direction définie par $d\Omega_1$ en coïncidence avec une particule 2 détectée dans la direction $d\Omega_2$, est de la forme :

$$\frac{d^3 \sigma}{dE_1 d\Omega_1 d\Omega_2} \sim \frac{d^3 \rho}{dE_1 d\Omega_1 d\Omega_2}$$

Nous allons d'abord calculer cette quantité dans un système de référence S qui permet des calculs simples, en ramenant tout à un problème à 2 corps. (On remplace le mouvement des particules 2 et 3 par le mouvement de leur centre de masse). Une transformation ultérieure du système de référence explicitera le résultat dans le système lié au laboratoire.

IV-3-1 Définition de la référence S

A partir d'un point 0 quelconque, où les 3 particules sont repérées par leurs rayons vecteurs $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ et $\vec{r}_3$, on peut définir le système de coordonnées suivant [Oh67]

$$\left\{ \begin{array}{l} M\vec{s} = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 \quad \text{avec } M = m_1 + m_2 + m_3 \\ \vec{s}_{123} = \vec{r}_1 - \frac{m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3}{m_2 + m_3} \\ \vec{s}_{23} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3 \end{array} \right.$$

A $\vec{s}$, définissant le mouvement du centre de masse des 3 particules par rapport à 0, on associe la masse $M = m_1 + m_2 + m_3$

A $\vec{s}_{23}$, représentant le mouvement relatif des particules 2 et 3, on associe la masse réduite $\mu_{23} = \frac{m_2 m_3}{m_2 + m_3}$

A $\vec{s}_{123}$ enfin, mouvement relatif de 1 par rapport à 2 + 3, on affecte la masse réduite $\mu_{123} = \frac{m_1 (m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3}$

La relation $\vec{p}_i = m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}$, permet de calculer : les impulsions correspondantes $\vec{p}$, $\vec{p}_{123}$ et $\vec{p}_{23}$ en fonction de $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ et $\vec{p}_3$.

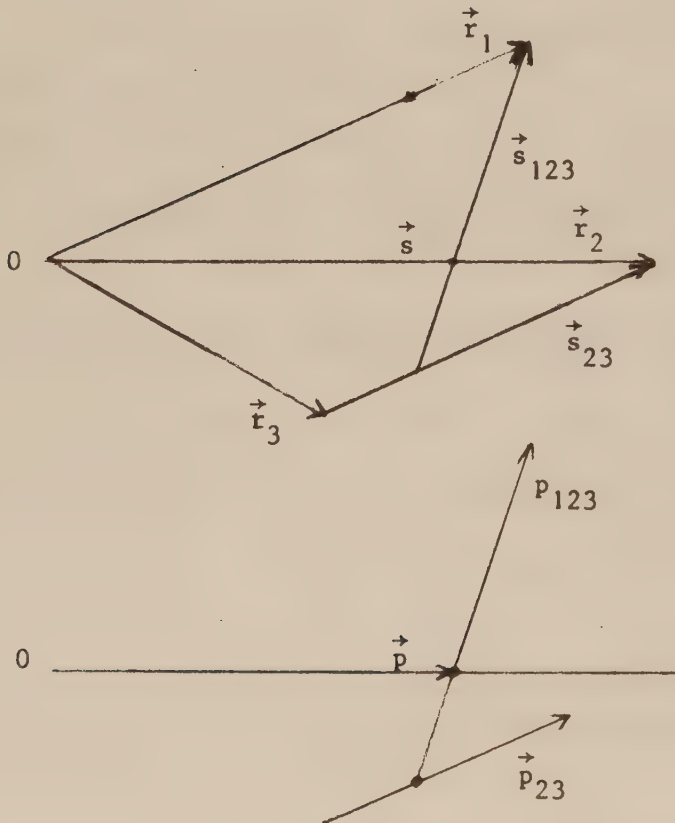
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \\ \vec{p}_{123} = \frac{\mu_{123}}{m_1} \vec{p}_1 - \frac{\mu_{123}}{m_2 + m_3} (\vec{p}_2 + \vec{p}_3) = \vec{p}_1^c \\ \vec{p}_{23} = \frac{\mu_{23}}{m_2} \vec{p}_2 - \frac{\mu_{23}}{m_3} \vec{p}_3 = \vec{p}_2^R \end{array} \right.$$

et les énergies

$$E = \frac{p^2}{2M} ; E_{123} = \frac{p_{123}^2}{2\mu_{123}} ; E_{23} = \frac{p_{23}^2}{2\mu_{23}}$$

L'énergie totale du système étant conservée, on a

$$E_{\text{tot}} = \frac{p_{123}^2}{2\mu_{123}} + \frac{p_{23}^2}{2\mu_{23}} + \frac{p^2}{2M} = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} + \frac{p_3^2}{2m_3}$$



IV-3-2 Calcul de la densité d'états dans la représentation S.

Dans cette représentation, le mouvement est défini par les coordonnées d'espace $\vec{s}$ $\vec{s}_{123}$ $\vec{s}_{23}$ et les impulsions correspondantes $\vec{p}$, $\vec{p}_{123}$ et $\vec{p}_{23}$.

Le nombre d'états de mouvement pour trois particules est déduit de la relation d'incertitude entre les variables de position et d'impulsion associées et ne dépend pas du choix du système de représentation.

$$\text{On a} \quad \rho_3 \sim \int d^3 p_{123} d^3 p_{23} \delta(E_0 - E_{\text{tot}})$$

En passant en coordonnées polaires, il vient :

$$\rho_3 \sim \int p_{123}^2 p_{23}^2 d\Omega_{123} d\Omega_{23} dp_{123} dp_{23} \delta(E_0 - E_{\text{tot}})$$

Tenant compte des relations telles que $p dp = m dE$, on peut encore écrire :

$$\rho_3 \sim \mu_{123} \mu_{23} \int p_{123} p_{23} dE_{123} dE_{23} d\Omega_{123} d\Omega_{23} \delta(E_0 - E_{\text{tot}})$$

Pour exprimer la densité d'états en fonction des variables E_{123} Ω_{123} et Ω_{23} , on écrit

$$\rho_3 \sim \mu_{123} \mu_{23} \int p_{123} p_{23} dE_{123} \frac{\partial E_{23}}{\partial E_{\text{tot}}} dE_{\text{tot}} \delta(E_0 - E_{\text{tot}}) d\Omega_{123} d\Omega_{23}$$

Comme $\frac{\partial E_{23}}{\partial E_{\text{tot}}} = 1$, après intégration de la fonction de Dirac sur E_{tot} on a :

$$\rho_3 \sim \mu_{123} \mu_{23} \int p_{123} p_{23} dE_{123} d\Omega_{123} d\Omega_{23}$$

soit

$$\frac{d\rho_3}{dE_{123} d\Omega_{123} d\Omega_{23}} = \mu_{123} \mu_{23} p_{123} p_{23}$$

IV-3-3 Calcul de la densité d'états dans le système expérimental
 $E_1^L, \Omega_1^L, \Omega_2^L$.

Calculer la densité d'états dans le système expérimental revient à évaluer

$$\frac{d\rho_3}{dE_1^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L}.$$

Ceci peut se faire par un changement de variable à partir de la même quantité évaluée dans le système S, et des relations de passage entre les deux systèmes de référence. Il faudra évaluer le Jacobien J_L qui, pour les éléments différentiels $dE_1 d\Omega_1 d\Omega_2$, permet le passage entre les deux systèmes.

En choisissant le point O qui nous a servi à définir $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ et $\vec{r}_3$ au centre du laboratoire, $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$ deviennent $\vec{p}_1^L, \vec{p}_2^L, \vec{p}_3^L$, et les relations définissant $\vec{p}, \vec{p}_{123}$ et $\vec{p}_{23}$ nous donnent une relation entre les deux systèmes S et L.

$$\vec{p} = \vec{p}_1^L + \vec{p}_2^L + \vec{p}_3^L$$

$$\vec{p}_{123} = \frac{\mu_{123}}{m_1} \vec{p}_1^L - \frac{\mu_{123}}{m_2 + m_3} (\vec{p}_2^L + \vec{p}_3^L)$$

$$\vec{p}_{23} = \frac{\mu_{23}}{m_2} \vec{p}_2^L - \frac{\mu_{23}}{m_3} \vec{p}_3^L$$

Nous allons d'abord montrer que

$$d^3 p_{123} d^3 p_{23} = d^3 p_1^L d^3 p_2^L$$

C'est à dire que le Jacobien

$$J_p = \partial \left(\frac{p_{123x} p_{123y} p_{123z} p_{23x} p_{23y} p_{23z}}{p_{1x}^L p_{1y}^L p_{1z}^L p_{2x}^L p_{2y}^L p_{2z}^L} \right) = 1$$

Entre les relations donnant $\vec{p}$, $\vec{p}_{123}$ et $\vec{p}_{23}$, on peut éliminer p_3^L ; on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{p}_{123} = \vec{p}_1^L - \frac{m_1}{M} \vec{p} \\ \vec{p}_{23} = \vec{p}_2^L + \frac{m_2}{m_2 + m_3} (\vec{p}_1^L - \vec{p}) \end{array} \right.$$

Les relations entre composantes s'écrivent

$$p_{123x} = p_{1x}^L - \frac{m_1}{M} p_x$$

$$p_{23x} = p_{2x}^L + \frac{m_2}{m_2 + m_3} (p_{1x}^L - p_x)$$

et des équations analogues pour les composantes y et z.

Dans le calcul du Jacobien J_p , les termes tels que $\frac{\partial p_{123x}}{\partial p_{1y}^L}$ et $\frac{\partial p_{23x}}{\partial p_{2y}^L}$ faisant intervenir des projections sur des axes différents sont tous nuls.

Les termes de la diagonale principale du déterminant de J_p sont du type $\frac{\partial p_{123x}}{\partial p_{1x}^L}$, et tous égaux à 1.

Les termes situés au dessous de la diagonale principale sont tous nuls, et on obtient un déterminant triangulaire dont la valeur est 1.

On a donc bien :

$$d^3 p_{123} \quad d^3 p_{23} = d^3 p_1^L \quad d^3 p_2^L$$

ou, en coordonnées polaires :

$$p_{123}^2 \quad dp_{123} \quad d\Omega_{123} \quad p_{23}^2 \quad dp_{23} \quad d\Omega_{23} = \left(p_1^L\right)^2 \left(p_2^L\right)^2 dp_1^L \quad dp_2^L \quad d\Omega_1^L \quad d\Omega_2^L$$

Des relations $E_{123} = \frac{p_{123}^2}{2\mu_{123}}$ et $E_1^L = \frac{\left(p_1^L\right)^2}{2m_1}$, on tire respectivement les valeurs :

$$\mu_{123} \quad dE_{123} = dp_{123} \quad \text{et} \quad m_1 \quad dE_1^L = p_1^L \quad dp_1^L ,$$

que l'on substitue dans l'expression précédente. Il vient :

$$\mu_{123} \quad dE_{123} \quad d\Omega_{123} \quad d\Omega_{23} \quad p_{123} \quad p_{23}^2 \quad dp_{23} = m_1 \quad dE_1^L \quad d\Omega_1^L \quad d\Omega_2^L \quad p_1^L \left(p_2^L\right)^2 \quad dp_2^L$$

d'où

$$\frac{dE_1^L \quad d\Omega_1^L \quad d\Omega_2^L}{dE_{123} \quad d\Omega_{123} \quad d\Omega_{23}} = \frac{\mu_{123}}{m_1} \quad \frac{p_{123} p_{23}}{p_1^L \quad p_2^L} \quad \frac{p_{23} \quad dp_{23}}{p_2^L \quad dp_2^L}$$

Pour évaluer $\frac{p_{23} \quad dp_{23}}{p_2^L \quad dp_2^L}$, considérons à nouveau l'équation

$$\vec{p}_{23} = \vec{p}_2^L + \frac{m_2}{m_2 + m_3} (\vec{p}_1^L - \vec{p})$$

et élevons là au carré :

$$(p_{23})^2 = (p_2^L)^2 + \left(\frac{m_2}{m_2 + m_3} \right)^2 (\vec{p}_1^L - \vec{p})^2 + 2p_2^L \frac{m_2}{m_2 + m_3} \frac{\vec{p}_2^L}{p_2^L} \cdot (\vec{p}_1^L - \vec{p})$$

Le vecteur $\vec{p}$ est constant ; $\vec{p}_1^L$ et $\vec{p}_2^L$ sont des variables indépendantes
et $\frac{\vec{p}_2^L}{p_2^L}$ est un vecteur unitaire indépendant de p_2^L .

on peut dériver l'expression par rapport à p_2^L :

$$2p_{23} \frac{dp_{23}}{dp_2^L} = 2p_2^L + \frac{m_2}{m_2 + m_3} \frac{\vec{p}_2^L}{p_2^L} (\vec{p}_1^L - \vec{p})$$

$$\text{soit : } \frac{p_{23}}{p_2^L} \frac{dp_{23}}{dp_2^L} = 1 + \frac{m_2}{m_2 + m_3} \frac{\vec{p}_2^L}{\left(\frac{p_2^L}{p_2^L} \right)^2} (\vec{p}_1^L - \vec{p})$$

On porte cette valeur dans l'expression de $\frac{dE_1^L}{dE_{123}} \frac{d\Omega_1^L}{d\Omega_{123}} \frac{d\Omega_2^L}{d\Omega_{23}}$, et en prenant l'inverse on a :

$$\frac{dE_{123}}{dE_1^L} \frac{d\Omega_{123}}{d\Omega_1^L} \frac{d\Omega_{23}}{d\Omega_2^L} = \frac{m_1}{\mu_{123}} \frac{p_1^L \left(\frac{p_1^L}{p_{123} p_{23}} \right)^2}{p_2^L + \frac{m_2}{m_2 + m_3} \frac{\vec{p}_2^L}{p_2^L} (\vec{p}_1^L - \vec{p})}$$

Le point 0 ayant été placé au centre du laboratoire, on a $p = \sqrt{2m_p E_p^L} = p_p$;

$\cos(\vec{p} \cdot \vec{p}_2^L) = \cos\theta_2^L$; $\cos(\vec{p}_1^L \cdot \vec{p}_2^L) = \cos\Delta_{12}$; en substituant dans l'expression précédente, on a :

$$J_L = \frac{dE_{123} d\Omega_{123} d\Omega_{23}}{dE_1^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} = \frac{m_1}{\mu_{123}} \frac{p_1^L (p_2^L)^2}{p_{123} p_{23}} \frac{1}{p_2^L + \frac{m_2}{m_2+m_3} (p_1^L \cos\Delta_{12} - p_p \cos\theta_2^L)}$$

Le Jacobien J_L nous permet de passer du système S au système du laboratoire pour les éléments différentiels considérés.

$$\frac{dp}{dE_1^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} = J_L \frac{dp}{dE_{123} d\Omega_{123} d\Omega_{23}}$$

En remplaçant $\frac{dp}{dE_{123} d\Omega_{123} d\Omega_{23}}$ par la valeur trouvée au paragraphe précédent, on obtient :

$$\frac{d\rho}{dE_1^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} = m_1 \mu_{123} p_1^L (p_2^L)^2 \frac{1}{p_2^L + \frac{m_2}{m_2+m_3} (p_1^L \cos\Delta_{12} - p_p \cos\theta_2^L)}$$

qui donne la forme du spectre de particules 1 en coïncidences, dans le cas de la tripartition directe.

V - DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET MESURES EFFECTUEES

V-1 Dispositif expérimental

V-1-1 Généralités

L'acquisition des données s'étant étendue sur un temps assez long, le dispositif expérimental a suivi une évolution en fonction des techniques et du matériel disponible.

Accélérateur.

Le faisceau de deutérons est fourni par un accélérateur Van de Graaff 2 MeV équipé d'une déviation magnétique à 25°. L'énergie du faisceau est mesurée avec une bonne précision, grâce à un gaussmètre à résonance magnétique, associé à un fréquencemètre.

La relation qui lie la fréquence F de l'oscillateur à l'énergie E de la particule, déviée d'un angle donné par le champ magnétique, est $E = K.F^2$.

La constante K est déterminée par un étalonnage effectué avec des réactions dont les seuils sont connus avec une grande précision :

$${}^7\text{Li} (p,n) {}^7\text{Be} \quad E \text{ seuil} = 1,8807 \pm 0,0004 \text{ MeV}$$

$$\text{T} (p,n) {}^3\text{He} \quad E \text{ seuil} = 1,0197 \pm 0,005 \text{ MeV}$$

Le faisceau, focalisé par des quadrupoles magnétiques, et collimaté par une série de diaphragmes, entre dans une des chambres à cible utilisées, et frappe la cible.

La dispersion en énergie du faisceau, variable avec l'écartement des lèvres d'entrée et de sortie de l'aimant, est comprise entre 1 et 2 keV.

Cibles

Les cibles utilisées sont constituées par un support mince de carbone (10 à 30 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ suivant les cibles) sur lequel on a déposé par évaporation sous vide une couche de Li naturel (92,6% ^7Li - 7,4% de ^6Li) dont le poids est de l'ordre de 20 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$. Le poids du dépôt peut être obtenu avec une bonne précision par la méthode du quartz, décrite par LOSTIS [Lo 58].

Le lithium est évaporé en même temps sur le support de carbone et sur le quartz, pilotant un oscillateur. Une surcharge Δm sur un quartz de masse m change sa fréquence F d'accord, d'une quantité ΔF , et on a

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta F}{F}.$$

Après étalonnage, une mesure de ΔF donne la valeur de Δm , représentant la masse du dépôt. Grâce à certaines précautions (taille du quartz, étalonnage, effets de température, géométrie), on peut obtenir une précision de quelques pour cent dans la mesure d'un dépôt d'une dizaine de $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ [Jo 67].

V-1-2 Obtention de spectres libres (non coïncidents)

Nous avons été amenés à mesurer des spectres libres à différents angles et pour de nombreuses énergies incidentes.

La chambre à cible utilisée pour ces mesures comporte un bras mobile, équipé de 8 détecteurs à jonction diffusée, de profondeur utile suffisante pour arrêter des α de 20 MeV.

Quatre de ces détecteurs, espacés de 20° , sont situés dans le premier quadrant aux angles 30° , 50° , 70° et 90° , pendant que les quatre autres se trouvent dans le troisième quadrant aux angles 110° , 130° , 150° , 170° .

Une rotation de l'ensemble des détecteurs d'un angle de 10° , permet de faire une deuxième mesure aux angles intermédiaires. Ainsi avec deux séries de huit mesures simultanées nous pouvons obtenir un ensemble de 15 spectres, de 10° en 10° entre 30° et 170° [Fig. 5].

Deux séries de mesures sur une réaction connue ${}^6\text{Li}(\text{d}\alpha)\alpha$ avec un décalage angulaire des détecteurs de 20° nous ont permis d'obtenir le rapport des angles solides sous lesquels deux détecteurs voisins voient le point d'impact sur la cible, et de proche en proche on peut avoir les angles solides relatifs de tous les détecteurs par rapport à un détecteur pris comme référence.

L'angle solide du détecteur pris comme référence est ensuite mesuré à l'aide d'une source d'américium dont l'activité est connue à 1% près, et qui est placée au point d'impact du faisceau sur la cible.

A chacun des huit détecteurs est associée une chaîne électronique, composée d'un préamplificateur et d'un amplificateur ORTEC attaquant une voie d'un double codeur analogique digital INTERTECHNIQUE CA 25. Les huit signaux logiques sont ensuite stockés dans des zones de mémoire différentes d'un bloc mémoire BM 96, l'aiguillage étant fait par un ensemble de 3 aiguilleurs logiques AP 19 connectés en pyramide.

V-1-3 Obtention de spectres en coïncidence.

Le problème est d'enregistrer les énergies de deux particules α détectées en coïncidence à des angles θ et θ' . Nous nous sommes limités à la détection dans un plan horizontal contenant le faisceau incident.

V-1-3-1 Conditions de détection des particules

Nous voulons enregistrer les énergies de deux particules émises en coïncidence lors de la réaction.

- Information énergie.

L'information énergie est obtenue grâce à une chaîne linéaire associée à chaque détecteur. Chaque chaîne d'amplification est constituée par un préamplificateur de charge, suivi d'un amplificateur qui met en forme l'impulsion à l'aide de circuits d'intégration et de différenciation. Les valeurs des constantes de temps peuvent être adaptées, de façon à obtenir la meilleure résolution possible compte-tenu des taux de comptage.

- Information temps.

Il existe plusieurs méthodes pour capter l'information temps permettant de définir la coïncidence entre 2 événements.

Nous en avons utilisé deux.

. Passage à zéro.

Une impulsion amplifiée, ayant subi une double différenciation par ligne à retard avec une constante de temps convenable, a un instant de passage au niveau zéro qui est sensiblement indépendant de son amplitude. Un discriminateur à seuil très bas donne alors une impulsion mise en forme qui constitue la référence temps. Cependant, ceci n'est vrai que pour une dynamique en amplitude relativement faible, et pour des constantes de temps assez courtes. Mais si on réduit trop les constantes de temps de mise en forme, on risque de dégrader assez sérieusement la résolution en énergie de l'ensemble de détection ; il faut donc choisir un compromis entre une bonne résolution en temps et en énergie. Pour une dynamique en énergie de 20, tout en gardant une bonne résolution en énergie, on peut obtenir des coïncidences avec un temps de résolution de l'ordre de la dizaine de nanosecondes.

. Discrimination sur le flanc de montée de l'impulsion.

Cette méthode consiste à faire déclencher un discriminateur lorsque l'amplitude dépasse un seuil fixé. L'instant de déclenchement du discriminateur dépend de l'amplitude de l'impulsion, et le retard au déclenchement est fonction du temps de montée de l'impulsion.

Dans un détecteur à semiconducteur le temps de montée de l'impulsion est assez court, et il vaut mieux prendre l'information temps au niveau du détecteur plutôt qu'après les étages amplificateurs (à condition de n'être pas obligé d'avoir un seuil en énergie très bas). On peut y arriver en prélevant une partie de l'énergie transmise à la voie linéaire grâce à un transformateur d'impulsion suivi d'un amplificateur rapide (Time Pickoff ORTEC).

Ce système permet d'utiliser sur la voie linéaire des constantes de temps assez longues, et ne dégrade pas trop la résolution en énergie.

Malgré tout, on peut avoir une fluctuation importante dans la définition de la référence temps lorsque la dynamique en amplitude des impulsions à analyser est grande. Ce phénomène peut, dans une certaine mesure, être corrigé, et on obtient des temps de résolution de l'ordre de la dizaine de nanosecondes.

V-1-3-2 Première série d'expériences

Nous disposons d'une chambre à cible portant deux bras, mobiles indépendamment l'un de l'autre, dont la rotation est commandée à distance.

Chaque bras porte un détecteur à barrière de surface. Un des détecteurs est dans une position fixe (90° Lab), tandis que l'autre peut décrire un arc de cercle centré sur le point d'impact du faisceau sur la cible.

Le montage électronique est schématisé sur la fig. 6.

A chaque détecteur est associée une chaîne d'amplification linéaire constituée d'un préamplificateur, un amplificateur et amplificateur à seuil. Chaque chaîne linéaire attaque l'entrée signal d'une voie d'un double convertisseur analogique digital CA 25.

Les informations provenant du codeur sont stockées dans un bloc mémoire BM 96, utilisé en biparamétrique. Les informations d'une voie de codage sont envoyées en X, les informations de l'autre sont envoyées en Y.

Les deux voies du codeur sont corrélées de manière que les signaux codés ne sont transférés en mémoire que si les deux informations linéaires arrivent simultanément sur les deux voies du codeur analogique digital.

Les informations temps sur les deux détecteurs sont prélevées sur l'amplificateur, après mise en forme par double ligne à retard grâce à des circuits de cross over.

Les cross over attaquent un circuit de coïncidence ayant un temps de résolution de 100 ns ("coïncidence rapide"). De plus une coïncidence triple lente permet d'imposer des conditions supplémentaires sur les amplitudes des signaux de voie linéaire, grâce à deux sélecteurs monocanal.

Le signal de coïncidence lente déclenche à son tour, par l'intermédiaire d'une porte "OU", une mise en forme donnant un signal convenable pour attaquer la porte des deux codeurs d'amplitude.

L'ensemble de ces circuits permet d'enregistrer en comptage positif les événements en coïncidence, dans un créneau de temps de 100ns. (On a ainsi des "coïncidences vraies", ainsi qu'un certain nombre de "coïncidences fortuites").

Pour éliminer statistiquement les coïncidences fortuites on a mis en parallèle un 2ème ensemble de circuits de coïncidence identiques au premier à ceci près que l'un des signaux attaquant la "coïncidence rapide" est décalé par un retard de 200 ns. Les signaux provenant de cette nouvelle voie sont enregistrés en comptage négatif sur le bloc mémoire. On arrive ainsi à obtenir un spectre biparamétrique d'événements en coïncidence, dont les coïncidences fortuites sont soustraites.

V-1-3-3 Deuxième série d'expériences

Les taux d'acquisition d'évènements en coïncidence étant très bas, nous avons voulu enregistrer deux spectres en même temps. A cet effet, nous avons utilisé une chambre à cible à deux bras, l'un portant un détecteur fixe (détecteur D_0) placé à 90° Lab, et l'autre deux détecteurs mobiles (détecteurs D_1 et D_2) espacés de 15° .

Afin d'améliorer la résolution et de diminuer le bruit de fond, les détecteurs sont refroidis grâce à un patin qui frotte sur un récipient rempli d'azote liquide et fonctionnent à une température voisine de -20°C .

Nous avons enregistré les évènements arrivant en coïncidence sur D_0 et D_1 ou D_0 et D_2 , en éliminant les coïncidences $D_1 D_2$. Pour cela, nous avons employé un système d'acquisition étudié et mis au point par LAUGIER [La 68] (figure 7).

Dans cette deuxième série de mesures, l'information temps est obtenue à partir du déclenchement d'un discriminateur d'amplitude, sur le flanc de montée du signal issu directement des détecteurs, grâce à un circuit time Pickoff ORTEC.

Nous avons signalé l'inconvénient de ce système lorsqu'on a une grande dynamique en énergie. Pour pallier cet effet, le circuit de coïncidence rapide utilisé est un convertisseur temps-amplitude couvrant une gamme de 100 ns et, en même temps que le paramètre énergie, nous enregistrons en mémoire l'information temps délivrée par le convertisseur temps-amplitude.

Au dépouillement des résultats, pour les évènements correspondant à un intervalle en énergie ΔE sur chaque voie, nous obtenons une bonne définition en temps, en choisissant un ΔE correspondant à une faible dynamique. Nous pouvons alors trier les évènements, ne garder que ceux qui correspondent à une résolution en temps inférieure à 10 ns, et rejeter les évènements correspondant à des coïncidences fortuites.

Ce dispositif a l'avantage supplémentaire de tenir compte des fluctuations qui peuvent provenir des temps de vol des particules détectées sur le trajet cible détecteur.

La logique du dispositif électronique permet de "marquer" les événements de façon différente selon qu'ils correspondent à une coïncidence entre les détecteurs D_0 et D_1 ou D_0 et D_2 , grâce au positionnement d'un bistable.

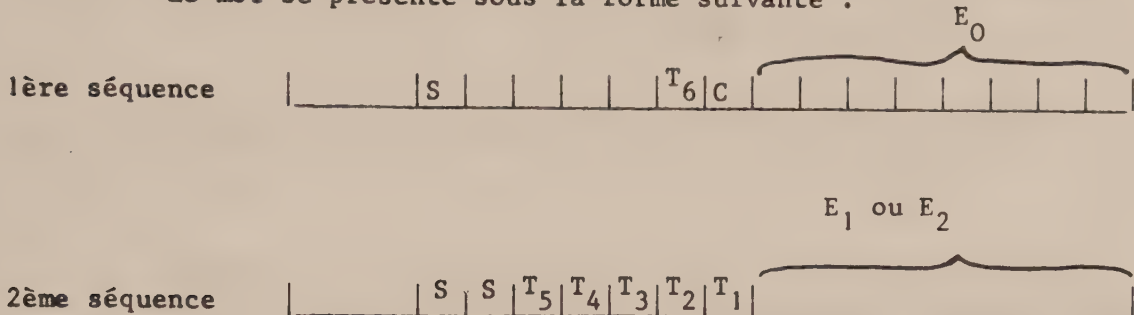
Nous devons donc enregistrer 4 paramètres : les énergies E_0 et E_1 ou E_2 déposées dans les détecteurs D_0 et D_1 ou D_2 , la différence de temps T entre les instants d'arrivée des couples d'événements corrélés, et un paramètre de codage indiquant si la coïncidence a eu lieu entre les signaux de D_0 et D_1 ou D_0 et D_2 .

Nous avons trois convertisseurs analogiques digitaux codant les informations E_0 , E_1 (ou E_2) et T . Ces trois codeurs doivent transférer leur contenu en même temps vers l'étage suivant. Cette simultanéité est assurée par une unité de pilotage HC 17, qui démarre son cycle lorsque le codeur temps a reçu à l'entrée une information incluse dans les 100 ns de sa gamme d'analyse. L'unité HC 17 génère alors un temps mort fixe de 20 μ s, qui permet aux trois codeurs de digitaliser les informations qui se sont présentées à l'entrée. Au bout de ce temps, si les trois signaux sont présents et convenables, l'unité de pilotage envoie un ordre de transfert vers l'unité suivante. Dans le cas contraire, le HC 17 annule les informations codées par les trois convertisseurs.

Les informations codées, provenant des trois codeurs et du bistable identifiant les coïncidences $D_0 D_1$ et $D_0 D_2$ (codage de voie), sont regroupées sur une matrice d'interconnexion, et attaquent deux voies corrélées d'un aiguilleur amont AP 19, dans lequel se forme un mot composé de deux séquences, qui contient toutes les informations.

Nous avons attribué à chacune des informations E_0 , E_1 (ou E_2) huit positions binaires ou bits, à l'information T, six bits, et un bit au codage de voies C.

Le mot se présente sous la forme suivante :



S représente les bits d'identification de séquence, fournis par l'AP 19.

Le mot ainsi formé est transmis à une mémoire intermédiaire BM 10, puis, par un châssis BK 35 à une bande magnétique incrémentale KENNEDY où les informations sont mémorisées dans l'ordre de leur arrivée.

De plus, au niveau de la matrice d'interconnexion, on peut prélever à titre de contrôle les informations désirées dans un format convenable pour les stocker dans un bloc mémoire BM 96 et les visualiser sur un bloc RG 96.

Dépouillement des résultats

La bande magnétique incrémentale peut être lue directement sur un ordinateur CAE 510 où un certain nombre de traitements sont possibles. Nous disposons de programmes permettant d'obtenir :

- l'impression en format 64 x 64 ou 32 x 128 du spectre (E_0, E_1) ou (E_0, E_2) .

- la sortie du spectre temps pour toute zone déterminée par $(\Delta E_0, \Delta E_1)$.

Cette sortie permet de ne retenir que les évènements en coïncidence avec un temps de résolution donné.

- la sortie du spectre en énergie après sélection du paramètre temps .

- les projections sur les axes de coordonnées du contenu du diagramme de DALITZ. C'est à partir de ces spectres projetés, plus faciles à manipuler que les spectres biparamétrique, que nous allons exploiter les mesures.

V-2 Mesures effectuées

V-2-1 Mesure de spectres libres

Nous avons obtenu des spectres libres en distribution angulaire entre 30° et 170° , avec un pas de 10° , pour des énergies du faisceau incident entre 0,450 et 2 MeV. Le pas en énergie était de 50 keV, mais a été resserré à 25 keV dans certaines zones.

V-2-2 Mesures en coïncidence

Le détecteur fixe étant placé à 90° Lab, nous avons exploré tout le cône associé (voir diagramme de vitesse) aux α_1 de la réaction ${}^7\text{Li} (d \alpha_1) {}^5\text{He}_{\text{fond.}}$ avec un pas moyen de 2° , et nous avons largement débordé des limites de ce cône. Ces mesures en coïncidence ont été faites pour les énergies incidentes 0,7 MeV, 1,025 MeV et 1,5 MeV.

La figure 8 représente un spectre biparamétrique obtenu, et la figure 9, un montage obtenu avec l'ensemble des spectres projetés, mesurés à 0,7 MeV.

Des seuils limitant la détection des α à des énergies supérieures à 1,5 MeV, permettent d'éliminer les coïncidences ($\alpha \alpha$) dues à la réaction ${}^7\text{Li} + d \rightarrow n + {}^8\text{Be}$, pour le niveau fondamental du ${}^8\text{Be}$ et le premier niveau excité situé à 2,9 MeV.

Dans les spectres, outre la réaction ${}^7\text{Li} (d, \alpha) {}^5\text{He}$, on ne peut avoir d'autres contributions que celles qui sont dues à la tripartition directe et au niveau de ${}^8\text{Be}$ situé à 11,4 MeV.

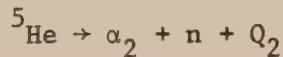
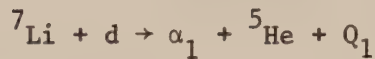
Cependant pour une géométrie particulière, lorsque les détecteurs sont situés à 180° l'un de l'autre dans le système du laboratoire, on voit apparaître des événements en coïncidence qui se placent sur la première diagonale du diagramme de DALITZ. Ces événements sont dûs à la réaction ${}^7\text{Li} (d, p) {}^8\text{Li}$; le noyau ${}^8\text{Li}$ décroît avec une période de 0,8 s. vers le premier niveau excité de ${}^8\text{Be}$, qui lui-même se casse en 2α . Les coïncidences observées sont dues aux noyaux ${}^8\text{Li}$, qui se désintègrent après avoir été arrêtés dans la cible.

Ces événements n'étant pas sur la courbe de tripartition, sont aisément discernables et on peut les éliminer avant de faire la projection sur les axes du diagramme de DALITZ.

VI ETUDE DES SPECTRES LIBRES (non coïncidents).

Un examen, même superficiel, des spectres obtenus en coïncidence dans le cône, montre que leur forme ne correspond pas à ce qu'on attendrait dans le cas d'un phénomène de tripartition directe (répartition uniforme dans le diagramme de Dalitz). On a donc certainement un phénomène séquentiel. Nous allons admettre provisoirement qu'il a lieu en passant essentiellement par le niveau fondamental de ^5He , et nous vérifierons, au vu des résultats, si cette hypothèse est justifiée.

Nous considérons donc la réaction :



avec $Q_1 + Q_2 = Q = \text{constante}$.

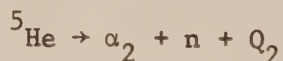
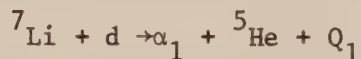
Q_1 est la chaleur de réaction de la première étape.

Q_2 est l'énergie interne de formation de ^5He à partir de $\alpha + n$.

Nous avons dans un premier temps une réaction émettant deux corps dont un est instable.

VI-1 Section efficace dans le cas d'une réaction séquentielle.

Soit M' l'élément de matrice de transition gouvernant la réaction



pour une valeur de Q_2 donnée.

Le noyau ^5He a une densité de probabilité d'existence qui dépend de son énergie interne Q_2 , et que nous appellerons $\rho(Q_2)$.

$$\text{On a} \quad \sigma \sim |M'|^2 \rho(Q_2) \rho_3$$

Dans le système de coordonnées S défini en IV-3-1 et IV-3-2, on a $E_{23} = Q_2$ et $\rho(Q_2) = \rho(E_{23})$.

On exprime la densité d'états ρ_3 dans ce système et on a :

$$\sigma \sim \int |M'|^2 p_{123}^2 dp_{123} d\Omega_{123} p_{23}^2 dp_{23} d\Omega_{23} \rho(E_{23}) \delta(E_0 - E - E_{123} - E_{23})$$

En passant aux éléments différentiels dE_{123} et dE_{23} au lieu de dp_{123} et dp_{23} ,

$$\sigma \sim \int |M'|^2 p_{123} p_{23} d\Omega_{123} d\Omega_{23} \mu_{123} \mu_{23} dE_{123} dE_{23} \rho(E_{23}) \delta(E_0 - E - E_{123} - E_{23})$$

Après intégration sur l'élément différentiel dE_{23} on a :

$$\sigma \sim \int |M'|^2 p_{123} p_{23} \mu_{123} \mu_{23} d\Omega_{123} d\Omega_{23} dE_{123} \rho(E_{23})$$

soit :

$$\frac{d\sigma}{dE_{123} d\Omega_{123} d\Omega_{23}} \sim |M'|^2 p_{123} p_{23} \mu_{123} \mu_{23} \rho(E_{23})$$

Un spectre libre correspond à l'intégration de la section efficace sur la direction de la particule 2, soit ici, sur $d\Omega_{23}$

$$\frac{d^2\sigma}{dE_{123} d\Omega_{23}} \sim \mu_{123} \mu_{23} \int |M'|^2 p_{123} p_{23} \rho(E_{23}) d\Omega_{23}$$

Dans une réaction séquentielle, les quantités p_{123} , p_{23} et $\rho(E_{23})$ ne dépendent pas des variables angulaires d'où :

$$\frac{d^2\sigma}{dE_{123} d\Omega_{23}} \sim \mu_{123} \mu_{23} p_{123} p_{23} \rho(E_{23}) \int |M'|^2 d\Omega_{23}$$

Nous montrons au paragraphe VIII-3-2 que l'intégration de l'élément de matrice $|M'|^2$ sur la direction d'émission de la particule 2 permet de retrouver l'élément de matrice de la première étape de la réaction $|\langle \alpha_1 + {}^5\text{He}, E_1 | H' | {}^7\text{Li} + d, E_d \rangle|^2$.

On a donc

$$\frac{d^2\sigma}{dE_{123} d\Omega_{123}} \sim p_{123} p_{23} \rho(E_{23}) |\langle \alpha_1 + {}^5\text{He}, E_1 | H' | {}^7\text{Li} + d, E_d \rangle|^2$$

En posant $\rho'(E_{23}) = \rho'(Q_2) = p_{123} p_{23} \rho(E_{23})$

On a
$$\frac{d^2\sigma}{dE_{123} d\Omega_{123}} \sim |\langle \alpha_1 + {}^5\text{He}, E_1 | H' | {}^7\text{Li} + d, E_d \rangle|^2 \rho'(Q_2)$$

ρ' contient la distribution statistique : $p_{123} p_{23}$

L'élément de matrice $\langle f | H' | i \rangle$ peut varier avec l'énergie incidente et la direction définie par $d\Omega_{123}$ mais si on se fixe expérimentalement ces quantités, la forme du spectre observé sera donnée essentiellement par $\rho'(Q_2)$.

VI-2 Etude de la densité d'états $\rho(Q_2)$

- si 4 existe sous la forme d'un état résonant ayant une certaine durée de vie avant de se désintégrer en 2 + 3, la section efficace sera proportionnelle à la probabilité de trouver 4 sous la forme 2 + 3, avec une énergie mutuelle égale à Q_2 . Grâce au principe de réversibilité des réactions nucléaires, on peut dire que $\rho(Q_2)$ sera proportionnel à la probabilité de formation de 4 à partir des constituants 2 et 3 et avec l'énergie Q_2 , c'est à dire proportionnel à la section efficace totale de formation de 4 avec l'énergie Q_2 . Dans le cas de ${}^5\text{He}$, on sait que l'état fondamental est un état $P^{3/2}$ qui ne peut se décomposer que dans la voie $\alpha + n$, avec un moment orbital $l = 1$ [Aj 66] et fig. 10, et on aura

$$\rho(Q_2) \sim \sigma \left[\alpha + n \rightarrow {}^5\text{He}^{\text{fond}} ; E_n = Q_2 \right]$$

Cette section efficace de formation de ${}^5\text{He}$ à partir de $\alpha + n$ peut s'exprimer sous différentes formes :

- WATSON [Wa 52] donne :

$$\rho(Q_2) \sim \frac{\sin^2 \phi_1(Q_2)}{P_1}$$

ϕ_1 est, pour l'onde partielle 1, le déphasage provoqué par l'interaction entre la cible et la particule incidente.

P_1 est la pénétrabilité qui s'exprime par

$$P_1 = \frac{ka}{F_1^2 + G_1^2}$$

k est le nombre d'onde

F_1 et G_1 sont les solutions régulières et irrégulières de la partie radiale de l'équation de SCHRODINGER. F_1 et G_1 sont évaluées à la distance $r = a$, rayon d'interaction.

- Pour un phénomène résonant à un seul niveau, PHILIPPS [Ph 60] propose la forme

$$\rho(Q_2) \sim \frac{\sin^2(\delta_1 + \phi_1)}{P_1}$$

dans laquelle on a séparé le déphasage potentiel ϕ_1 qui s'exprime par $\phi_1 = \text{Arctg} \frac{F_1}{G_1}$.

Cette forme est un cas particulier de la densité d'état généralisée, établie par PHILIPPS

$$\rho(Q_2) = \frac{1}{\pi} \frac{d}{dQ_2} \left[\delta_1(Q_2) + \phi_1(Q_2, a) \right] \quad \text{appliquée à un état}$$

résonant à un niveau.

- Dans la même hypothèse d'un état résonant, et avec une seule voie ouverte, WEBER [We 58] utilise une forme de BREIT et WIGNER, obtenue d'après le formalisme de la matrice R.

$$\rho(Q_2) = \frac{\Gamma(Q_2)}{\left[E_0 + \Delta(Q_2) - E \right]^2 + \left[\frac{\Gamma(Q_2)}{2} \right]^2}$$

(Le facteur $\Gamma_\alpha(Q_1)$ de WEBER dépendant de la première étape, sera inclus dans l'élément de matrice représentant la première séquence de la réaction).

Comme l'ont montré BARKER et TREACY [Ba 62], ces différentes formes sont équivalentes dans le cas d'une résonance isolée avec certaines approximations. (En particulier la forme donnée par WEBER et celle de PHILIPPS sont égales, si on suppose que Δ est une fonction linéaire de l'énergie et que Γ est indépendant de l'énergie).

VI-3 Calcul de $\rho(Q_2)$ et ajustement sur les spectres libres expérimentaux

VI-3-1 Calcul à partir des formes données par PHILIPPS

$$\rho(Q_2) = \frac{\sin^2(\delta_1 + \phi_1)}{P_1}$$

Des valeurs du déphasage δ pour la diffusion (α, n) dans l'état $P_{3/2}$ correspondant au niveau fondamental de ^5He sont disponibles dans la littérature. Une étude critique des résultats expérimentaux de différents auteurs a été faite par PEARCE et SWAN [Pe 66] et ils adoptent les résultats de BERZTISS [Be 64] et AUSTIN [Au 62].

PEARCE et SWAN donnent aussi une représentation analytique des résultats expérimentaux du déphasage $\delta_{3/2}$, sous la forme du développement :

$$\frac{1}{9} \cotg \delta_{3/2} = 0,001198 - 0,03364 k^2 + 0,03521 k^4 \quad (\text{fig 11})$$

k est le nombre d'onde exprimé en unité 10^{13}

Pour la diffusion $\alpha + n \rightarrow ^5\text{He}^{\text{fond}}$ avec $l = 1$,

les fonctions F_1 et G_1 , permettant de calculer ϕ_1 et P_1 , sont des fonctions de BESSEL sphériques

$$F_1 = \sqrt{\frac{\pi ka}{2}} J_{3/2}(ka) = \frac{\sin ka}{ka} - \cos ka$$

$$G_1 = \sqrt{\frac{\pi ka}{2}} J_{3/2}(ka) = \sin ka + \frac{\cos ka}{ka}$$

$$\text{On en tire } P_1 = \frac{ka}{F_1^2 + G_1^2} = \frac{(ka)^3}{1 + (ka)^2}$$

$$\text{et } \phi_1 = \text{Arc tg } \frac{F_1}{G_1} = \frac{\pi}{2} - ka - \text{Arc tg } \frac{1}{ka}$$

k est le nombre d'onde du neutron dans le centre de masse: $k = \sqrt{\frac{2M_0 Q_2}{\hbar^2}}$
 et nous avons utilisé, pour le rayon d'interaction, la valeur
 $a = (4)^{1/3} \times 1,5 \cdot 10^{-13} = 2,38 \cdot 10^{-13} \text{ cm.}$

Les mêmes expressions de $\delta_{3/2}$ et ϕ_1 nous ont permis de calculer la deuxième forme donnée par PHILIPPS.

$$\rho(Q_2) = \frac{1}{\pi} \frac{d}{dQ_2} \left[\delta_{3/2}(Q_2) + \phi_1(Q_2, a) \right]$$

VI-3-2 Calcul à partir de la forme proposée par WEBER

On a :

$$\rho(Q_2) = \frac{\Gamma(Q_2)}{\left[E_{3/2} + \Delta(Q_2) - E \right]^2 + \left[\frac{1}{2} \Gamma(Q_2) \right]^2}$$

$$\Gamma(Q_2) = 2 P_1 \frac{\gamma^2}{a}$$

γ^2 est la largeur réduite ; a le rayon d'interaction

P_1 la pénétrabilité pour des neutrons avec $l = 1$.

Nous avons vu que $P_1 = \frac{(ka)^3}{1 + (ka)^2}$

r est fonction de Q_2 par l'intermédiaire de k et la relation $k^2 = \frac{2m_n Q_2}{\hbar^2}$

$\Delta(Q_2) = -S \frac{\gamma^2}{a}$ avec $S = \frac{ka (F_1 F'_1 + G_1 G'_1)}{F_1^2 + G_1^2} + B_1$ où nous avons pris

$B_1 = -1.$

Dans le calcul de P_1 , on a vu que $F_1^2 + G_1^2 = 1 + \frac{1}{(ka)^2}$

comme $F_1 F'_1 + G_1 G'_1 = \frac{1}{2} \frac{d}{d(ka)} (F_1^2 + G_1^2)$

on a $F_1 F'_1 + G_1 G'_1 = -\frac{1}{(ka)^3}$ et $\Delta(Q_2) = -\frac{(ka)^2}{1 + (ka)^2} \frac{\gamma^2}{a}$

Weber a obtenu un bon accord sur les spectres expérimentaux, avec les valeurs suivantes des paramètres :

$a = 2,9 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$

$\gamma^2 = 1,76 \cdot 10^{-12} \text{ MeV-cm}$

$E_{3/2} = 2,7 \text{ MeV}$

Les courbes, représentant $\rho(Q_2)$ calculé avec les expressions de PHILIPPS et de WEBER, sont représentées sur la figure 12.

VI-3-3 Ajustement sur les spectres expérimentaux.

Nous avons vu que pour une énergie incidente et une direction de détection fixées, on a

$$\frac{d^2\sigma}{dE_{123}d\Omega_{123}} \sim \rho'(Q_2) = p_{123} p_{23} \rho(Q_2)$$

Il faut évaluer cette expression dans le système du laboratoire pour pouvoir la comparer aux spectres expérimentaux.

On va d'abord la transformer dans le système du centre de masse

$$\frac{d^2\sigma}{dE_1^c d\Omega_1^c} = \partial \left(\frac{E_{123} \Omega_{123}}{E_1^c \Omega_1^c} \right) \frac{d^2\sigma}{dE_{123} d\Omega_{123}}$$

Comme $\vec{p}_1^c = \vec{p}_{123}$, $p_1^c dE_1^c d\Omega_1^c = p_{123} dE_{123} d\Omega_{123}$

et $\partial \left(\frac{E_1^c \Omega_1^c}{E_{123} \Omega_{123}} \right) = 1$ et $\frac{d^2\sigma}{dE_1^c d\Omega_1^c} = \frac{d^2\sigma}{dE_{123} d\Omega_{123}}$

On passe ensuite au système du laboratoire :

$$\frac{d^2\sigma}{dE_1^L d\Omega_1^L} = \partial \left(\frac{E_1^c \Omega_1^c}{E_1^L \Omega_1^L} \right) \frac{d^2\sigma}{dE_1^c d\Omega_1^c}$$

$$= \sqrt{\frac{E_1^L}{E_1^c}} \frac{d^2\sigma}{dE_1^c d\Omega_1^c}$$

$$\frac{d^2\sigma}{dE_1^L d\Omega_1^L} = \sqrt{\frac{E_1^L}{E_1^c}} \frac{d^2\sigma}{dE_{123} d\Omega_{123}}$$

Compte tenu des relations :

$$p_{123} = p_1^c = \sqrt{2m_1 E_1^c}$$

$$p_{23} = \sqrt{2\mu_{23} E_{23}} = \sqrt{2\mu_{23} Q_2}$$

$$E_1^c = \frac{m_4}{m_1 + m_4} (Q + \epsilon - Q_2)$$

$$E_1^c = E_1^L - 2 \frac{\sqrt{2m_p E_p^L}}{m_p + m_c} \sqrt{E_1^L} \cos \theta_1^L + \frac{2m_p E_p^L}{(m_p + m_c)^2}$$

on a
$$\frac{d^2 \sigma}{dE_1^L d\Omega_1^L} \sim \sqrt{\frac{E_1^L}{E_1^c}} \rho' (E_1^L) \quad | < \alpha_1 + {}^5\text{He}, E_1 | H' | {}^7\text{Li} + d, E_d > |^2$$

où dans ρ' on a calculé p_{123} , p_{23} et Q_2 en fonction de E_1^L .

L'accord entre $\frac{d^2 \sigma}{dE_1^L d\Omega_1^L}$ calculé et la partie haute énergie des

spectres expérimentaux s'avère bon en prenant pour $\rho(Q_2)$ la forme proposée par WEBER et en tenant compte de la résolution expérimentale (figure 13).

La méthode utilisée pour effectuer la correction de résolution est exposée en Annexe I.

VI-4 Variation de l'élément de matrice et Mécanisme de réaction de la première étape.

VI-4-1 Evaluation de la portion de spectre attribuée à la première étape.

En utilisant la forme de $\rho(Q_2)$ de WEBER, la partie haute énergie des spectres calculés et expérimentaux est en bon accord jusqu'à une énergie correspondant sensiblement à $Q_2 = 2$ MeV.

(Pour des énergies E_1^L inférieures, et correspondant à $Q_2 > 2$, l'accord devient moins bon, à cause de l'influence des α_2 provenant de la cassure de ^5He , α_2 qu'on ne peut évidemment discriminer expérimentalement des α_1 de la première séquence de la réaction).

Pour chaque angle et chaque énergie, on a bien : $\frac{d^2\sigma}{dE_1^L d\Omega_1^L} \sim K\rho'(Q_2)$,
le facteur de normalisation étant l'élément de matrice de la première étape.

Si on ajuste $\rho'(Q_2)$ sur des spectres expérimentaux, à différents angles et différentes énergies incidentes, la variation du coefficient K de normalisation représentera la variation de l'élément de matrice de la première séquence, en fonction de l'angle ou de l'énergie incidente, ce qui donnera des distributions angulaires ou des fonctions d'excitation de la première étape de la réaction.

En pratique nous avons trouvé ce procédé trop long et puisque l'accord entre les spectres calculés et expérimentaux était acceptable pour des valeurs de Q_2 comprises entre 0 et 2, nous avons calculé les valeurs de E_1^L correspondant à $Q_2 = 2$ et $Q_2 = 0$ pour chaque spectre expérimental.

Le spectre expérimental a été intégré entre ces deux valeurs, ce qui revient à faire une normalisation, non sur le sommet du pic mais, sur une partie constante de l'aire des spectres. La variation de l'aire ainsi déterminée, est proportionnelle à la variation de l'élément de matrice de la première étape de la réaction. (Nous avons préféré cette méthode à celle qui consisterait à faire la somme des contenus des canaux d'énergie supérieure au sommet du pic, à cause de l'imprécision dans la détermination du sommet du pic, où une erreur d'un canal peut correspondre à une erreur de 30 à 40% sur l'aire sommée).

Il est bien évident que la méthode utilisée n'est qu'une approximation, car le spectre des α_2 de la deuxième séquence, ainsi que des α originaires des autres réactions possibles, peuvent s'étendre jusqu'aux énergies pour lesquelles nous définissons la partie du pic α_1 utilisée. Cette méthode a quand même été retenue en estimant que la contribution des α d'origine autre que les α_1 associés à ^5He reste faible et varie peu avec l'angle et l'énergie, ce qui semble confirmé par le bon accord observé entre les spectres calculés et expérimentaux.

VI-4-2 Variation de l'élément de matrice de la première séquence

Cette méthode nous a permis de dépouiller les spectres libres enregistrés, et d'obtenir, mais en valeur relative seulement, des distributions angulaires et fonctions d'excitation pour la première étape de la réaction.

Nous avons ramené dans le centre de masse les distributions angulaires observées et les avons développées sur la base des polynômes de LEGENDRE.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_c} = \sum_L B_L P_L(\cos \theta)$$

Nous avons estimé le meilleur accord grâce à un test en χ^2 et un test de FISCHER qui indique l'ordre L le plus probable du développement. Dans la très grande majorité des cas, les deux tests concordaient. Nous donnons (figures 14 et 15) quelques exemples de distributions angulaires expérimentales et des développements correspondants.

Nous avons représenté, en fonction de l'énergie incidente, la variation des coefficients B_0, B_1, B_2, B_3 des polynômes P_0, P_1, P_2, P_3 (figure 16).

Les termes d'ordre supérieur à $L = 3$, s'ils existent, sont certainement faibles, et compte-tenu de la précision de nos mesures, ils n'ont pu être mis en évidence.

On voit que le coefficient B_0 qui, à 4π près, reproduit la variation de la section efficace intégrée, présente deux pics, suggérant des résonances du noyau composé, situées à 0,7 et 1,025 MeV, ce qui correspond à des énergies d'excitation de ^9Be de 17,28 et 17,48 MeV.

D'autre part, la présence et l'importance des termes d'ordre impair, font penser à un effet d'interférence entre niveaux de parité opposée.

VI-4-3 Mécanisme de réaction

La présence de résonances fait songer à un mécanisme de noyau composé, d'autant que celles-ci se retrouvent dans d'autres voies de sortie de la réaction $^7\text{Li} + d$.

- BAGGET et BAME [Ba 52], en réaction (d,n) et (d,p) sur ^7Li , signalent des niveaux du noyau composé ^9Be à 17,22 ; 17,45 ; 17,8 et 18,3 MeV d'excitation, correspondant à des énergies incidentes de 0,68 ; 0,98 ; 1,4 et 2,1 MeV avec des largeurs de 250 ; 60 ; 500 et 400 keV.

- En réaction $^7\text{Li} (d,\alpha)$, PAUL et KOHLER [Pa 63] retrouvent les niveaux situés à 17,28 et 17,48 MeV (non résolus dans leur expérience), ainsi qu'une autre résonance large vers 18,6 MeV.

- En diffusion élastique, FORD [Fo 64] confirme les niveaux à 17,28 et 17,48 MeV.

- Un autre niveau de ^9Be est signalé à 16,97 MeV en réaction (d, γ) et (d,p) par IMHOF [Im 65].

D'autre part, des considérations cinématiques sur le moment transféré développées par SHAPIRO ont permis à HARUO UI [Ha 66] de montrer que les mécanismes d'interaction directe, étaient peu favorisés dans le cas de la réaction ${}^7\text{Li} (d \alpha) {}^5\text{He}$.

Ces divers éléments d'appréciation nous ont conduit à penser que, pour la première étape de la réaction, le phénomène prépondérant était un mécanisme de noyau composé passant par des états excités du noyau ${}^9\text{Be}$ et nous avons donc tenté d'interpréter nos résultats en utilisant le formalisme de la matrice R, que nous rappelons au chapitre VIII.

VII - ETUDE DES SPECTRES EN COINCIDENCE

L'étude cinématique faite au Chapitre III a montré qu'une réaction a trois corps n'est complètement définie que lorsqu'on détecte en coïncidence deux des particules émises. Dans le cas d'une réaction séquentielle, les spectres en coïncidence font intervenir les caractéristiques de la première et de la deuxième séquence.

VII-1 Forme générale des spectres mesurés en coïncidence

Expérimentalement, la particule 1 émise lors de la première étape est détectée dans une direction θ_1, ϕ_1 dans un angle solide $d\Omega_1$, et la particule 2 provenant de la deuxième étape, dans la direction θ_2, ϕ_2 avec l'angle solide $d\Omega_2$.

Pour une énergie donnée E_p^L de la particule incidente, la probabilité de détecter une particule 1 d'énergie E_1 dans la direction définie par $d\Omega_1$ dépend de l'angle de détection θ_1 , par l'intermédiaire de l'élément de matrice de transition de la première étape de la réaction, (on suppose qu'il n'y a pas de phénomènes de polarisations, par conséquent il y a symétrie de révolution autour de la direction du faisceau incident, et l'angle ϕ_1 n'intervient pas) et de l'énergie E_1 liée à la densité d'états $\rho(Q_2)$.

La probabilité de détecter une particule 2 dans la direction $d\Omega_2$ en coïncidence avec la particule 1 détectée, dépend de la probabilité pour que la particule 4 associée à 1 émette une particule 2 dans la direction θ_2^R correspondant à θ_2 . Cette probabilité est une fonction $f(\theta_2^R)$ de l'angle θ_2^R (Nous supposons, ici aussi, qu'il y a symétrie de révolution autour de la direction de recul de la particule 4 et que ϕ_2^R n'intervient pas).

En supposant que la corrélation angulaire entre première et deuxième étape se factorise (ce qui n'est qu'une approximation), on peut écrire :

$$\frac{d^3\sigma}{dE_{123}d\Omega_{123}d\Omega_{23}} \sim |M''|^2 \rho'(E_{23}) f(\theta_2^R)$$

où $|M''|^2$ représente la partie de la matrice de transition contenant les variables angulaires de la première étape.

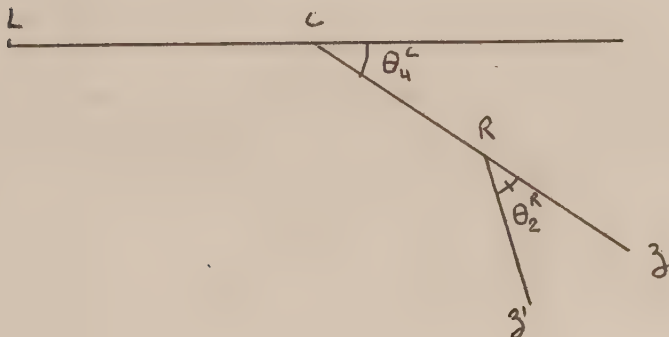
Pour une énergie incidente donnée, la variation de $|M''|^2$ sera représentée par la variation angulaire expérimentale de la première étape trouvée au paragraphe VI-4-2 qui a été développée en polynôme de Legendre et $\rho'(E_{23})$ par la forme déterminée au paragraphe VI-3.

Nous allons essayer de préciser la variation de la fonction $f(\theta_2^R)$ exprimant la corrélation angulaire entre première et deuxième étape.

VII-2 Dépendance angulaire entre première et deuxième étape.

VII-2-1 Forme de la corrélation

Le raisonnement utilisé dans ce paragraphe a été proposé par FEYNMAN [Fe 56].



Considérons un noyau ${}^5\text{He}$ émis dans une direction faisant un angle θ_4^c avec le faisceau incident, et prenons cette direction comme axe quantique Rz . Le noyau ${}^5\text{He}$ ayant un moment angulaire total égal à $3/2$, la projection de J sur l'axe quantique Rz peut prendre les valeurs $m_J = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$.

Quand un noyau ${}^5\text{He}$ est émis par la réaction ${}^7\text{Li} + d$ dans une direction θ_4^c , il y a une amplitude de probabilité P pour que son nombre quantique soit égal à $3/2$ ou $-3/2$, et une amplitude de probabilité Q pour qu'il soit égal à $1/2$ ou $-1/2$, avec $P + Q = 1$.

La fonction de spin de ${}^5\text{He}$ peut se mettre sous la forme :

$$\chi^{3/2} \simeq P (\chi_{3/2}^{3/2} + \chi_{-3/2}^{3/2}) + Q (\chi_{1/2}^{3/2} + \chi_{-1/2}^{3/2})$$

Examinons maintenant l'amplitude de probabilité qu'à un état $\chi_{3/2}^{3/2}$ d'émettre un neutron dans la direction Rz (c'est à dire dans une direction $\theta_2^R = 0$).

L'état fondamental de ${}^5\text{He}$ étant un état $P_{3/2}$ le neutron a un moment orbital relatif $l = 1$, qui est perpendiculaire à Rz , donc sa projection sur Rz est $m_l = 0$.

Comme la relation conserve les m , dans le système final, on a : $m_J = m_l + m_n + m_{\alpha 2}$

La particule α ayant un spin zéro, $m_{\alpha 2} = 0$; $m_n = \pm 1/2$.

La loi de conservation s'écrirait $3/2 = 0 \pm 1/2 + 0$, ce qui manifestement n'est pas possible. Donc la contribution d'un état $\chi_{\pm 3/2}^{3/2}$ à l'émission d'un neutron dans la direction Rz , est nulle.

Considérons maintenant un état $\chi_{1/2}^{3/2}$. La relation entre les projections s'écrit : $1/2 = 0 + 1/2 + 0$. Un tel état $\chi_{1/2}^{3/2}$ peut émettre un neutron dans la direction Rz ($\theta_2^R = 0$) avec $m_n = 1/2$, et avec une amplitude de probabilité que nous appellerons a .

De même, un état $\chi_{-1/2}^{3/2}$ pourra émettre un neutron avec $m_n = -1/2$ et une amplitude de probabilité égale encore à a .

Cherchons maintenant l'amplitude de probabilité pour qu'un neutron soit émis dans une direction Rz' faisant un angle θ_2^R avec Rz .

On sait que, si on fait tourner l'axe quantique d'un angle θ_2^R , un état χ_{mJ}^J s'exprimera dans la nouvelle référence comme une combinaison linéaire de tous les états possibles, les coefficients étant les éléments de la matrice de rotation correspondante.

$$(\chi_{mJ}^J)_{Rz} = \sum_{m'} (\chi_{m'J}^J)_{Rz'} d_{m'm}^J(\theta_2^R)$$

$$\begin{aligned} (\chi_{3/2}^{3/2})_{Rz} &= (\chi_{3/2}^{3/2} d_{3/2\ 3/2}^{3/2} + \chi_{-3/2}^{3/2} d_{-3/2\ 3/2}^{3/2} + \chi_{1/2}^{3/2} d_{1/2\ 3/2}^{3/2} \\ &\quad + \chi_{-1/2}^{3/2} d_{-1/2\ 3/2}^{3/2})_{Rz'} \end{aligned}$$

L'état $(\chi_{3/2}^{3/2})_{Rz}$ existant avec une probabilité P d'une part, et un état $(\chi_{\pm 1/2}^{3/2})_{Rz'}$ donnant une amplitude de probabilité a d'émettre un neutron dans la direction Rz' d'autre part, on voit que la contribution de $\chi_{3/2}^{3/2}$ à l'émission d'un neutron dans la direction θ_2^R est :

$$P a^2 \left[(d_{1/2\ 3/2}^{3/2})^2 + (d_{-1/2\ 3/2}^{3/2})^2 \right]$$

Un raisonnement analogue sur $\chi_{-3/2}^{3/2}$, $\chi_{1/2}^{3/2}$ et $\chi_{-1/2}^{3/2}$ conduit à :

$$f(\theta_2^R) = a^2 \left\{ P \left[(d_{1/2 \ 3/2}^{3/2})^2 + (d_{-1/2 \ 3/2}^{3/2})^2 + (d_{1/2 \ -3/2}^{3/2})^2 + (d_{-1/2 \ -3/2}^{3/2})^2 \right] + Q \left[(d_{1/2 \ 1/2}^{3/2})^2 + (d_{-1/2 \ 1/2}^{3/2})^2 + (d_{1/2 \ -1/2}^{3/2})^2 + (d_{-1/2 \ -1/2}^{3/2})^2 \right] \right\}$$

ou, en explicitant les éléments de matrice de rotation :

$$f(\theta_2^R) = a^2 \left[Q + \frac{3}{4} (P - Q) \sin^2 \theta_2^R \right] ; f(\theta_2^R) \sim 1 + A(E) \sin^2 \theta_2^R$$

On a ainsi la forme de la distribution angulaire des neutrons émis dans le système de référence R, forme qui est aussi celle de la distribution angulaire des α_2 dans ce système de référence.

En réalité, les probabilités P et Q que nous avons introduites dépendent de l'énergie incidente et aussi de l'angle θ_4^c d'émission de l' ${}^5\text{He}$ par la première séquence de la réaction.

On pourrait obtenir P et Q dans la direction θ_4^c par le même processus des matrices de rotation, à partir de P_0 et Q_0 évalués dans la direction $\theta_4^c = 0$, mais cela fait intervenir le couplage entre le moment orbital de sortie et le J de ${}^5\text{He}$, d'où couplage des matrices de rotation correspondantes ; ceci entraîne une sommation complexe sur les nombres quantiques magnétiques, et il est préférable alors d'utiliser les corrélations établies par BIEDENHARN (voir chapitre VIII).

On peut montrer que, si les particules α_1 et α_2 sont détectées dans le plan perpendiculaire au faisceau, le résultat $f(\theta_2^R) \sim 1 + A \sin^2 \theta_2^R$ est valable quels que soient les nombres quantiques magnétiques intervenant dans la première séquence de la réaction. Dans le cas où la détection est effectuée dans un plan contenant le faisceau, cas correspondant à notre expérience, le résultat que nous avons obtenu n'est qu'une approximation consistant à négliger le terme impair en $\sin 2 \theta_2^R$, qui est affecté d'un coefficient assez faible devant celui de $\sin^2 \theta_2^R$.

VII-2-2 Détermination expérimentale de $A(E)$

Pour déterminer $f(\theta_2^R)$, nous avons fait une série d'expériences en coïncidence en détectant, d'une part dans une direction θ_1 et un angle solide petit $d\Omega_1$ les particules 1, et d'autre part toutes les particules α_2 émises dans le cône associé à $d\Omega_1$ dans la direction θ_1 . Pour cela nous avons utilisé un détecteur de grande surface placé assez près de la cible pour intercepter tout le cône d'émission des α_2 .

Dans la direction θ_1 , la partie du spectre de particules 1 utilisée, est la partie haute énergie, limitée, comme dans le cas de l'exploitation des spectres libres, à la zone comprise entre $Q_2 = 0$ et $Q_2 = 2$.

La forme du spectre de particules 2 en coïncidence avec cette partie du spectre de particules 1 est sensible à la fonction $f(\theta_2^R)$.

En prenant $f(\theta_2^R) \sim 1 + A \sin^2 \theta_2^R$, nous avons calculé le spectre de particules 2 dans tout le cône. Une comparaison avec les spectres expérimentaux, en considérant A comme un paramètre, nous permettra de préciser $f(\theta_2^R)$. [Annexe II]

La figure 17 représente un spectre expérimental à 1 MeV, et quelques courbes calculées pour différentes valeurs de A . Malheureusement la méthode utilisée n'est plus très sensible à la valeur de A , lorsque celle-ci devient supérieure à 1.

Nous avons estimé pouvoir choisir $A = 1,5^{+0,5}_{-1,5}$.

D'autre part, lorsque l'énergie incidente varie, le coefficient $A(E)$ varie peu et reste dans les limites que nous avons données, pour E_d compris entre 0,7 et 1,8 MeV.

Pour la même quantité $A(E)$, FESSENDEN et MAXSON [Fe 63] ont trouvé $A = 2,4^{+1,5}_{-1,0}$ à 0,17 MeV ; FRENCH et TREACY [Fr 51] donnent $A = 1,2^{+0,1}_{-0,1}$ à 0,93 MeV et FARLEY et WHITE [Fa 57], $A = 0,72$ à 0,16 MeV.

Nous-mêmes, avons fait une mesure par une méthode différente [Br 64] et obtenions $A = 3 \pm 1$ à 1 MeV, valeur voisine de celle de MILONE et POTENZA [Mi 66] qui proposent $A = 3 \pm 0,3$ à 0,8 MeV.

VII-3 Calcul des spectres en coïncidence dans la référence du laboratoire

Nous disposons maintenant d'une expression approchée représentant la forme du spectre en coïncidence des particules 1 dans la représentation $S.(\theta_2^R)$ est aussi un angle de la représentation S puisque $\vec{p}_2^R = \vec{p}_{23}$.

On a

$$\frac{d^2\sigma}{dE_{123}d\Omega_{123}d\Omega_{23}} \approx |M''|^2 \rho'(E_{23}) f(\theta_2^R)$$

$$\approx |M''|^2 p_{123} p_{23} \rho(E_{23}) f(\theta_2^R)$$

VII-3-1 Changement de système de référence

Pour pouvoir comparer cette quantité aux spectres expérimentaux nous la transformons dans le système expérimental.

$$\frac{d^2\sigma}{dE_1^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} = \partial \left(\frac{E_{123} \Omega_{123} \Omega_{23}}{E_1^L \Omega_1^L \Omega_2^L} \right) \frac{d^2\sigma}{dE_{123} d\Omega_{123} d\Omega_{23}}$$

Le Jacobien de cette transformation a été calculé au paragraphe IV-3-3.

En portant l'expression de $\frac{d^2\sigma}{dE_{123} d\Omega_{123} d\Omega_{23}}$, où on a exprimé $|M'|^2$, ρ et

f en fonction des variables du système du laboratoire on trouve :

$$\frac{d^2\sigma}{dE_1^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} \sim |M''|^2 \rho(E_1^L) f(\theta_2^L) \frac{p_1^L (p_2^L)^2}{p_2^L + \frac{m_2}{m_1+m_2} (p_1^L \cos \Delta_{12} - p_p \cos \theta_2^L)}$$

Le calcul du Jacobien a été programmé par OHLSEN [Oh 67] et adapté à l'ordinateur CAE 510 dont nous disposions.

VII-3-2 Calcul des spectres

Le spectre dans le système S est fonction de l'énergie mutuelle Q_2 des particules 2 et 3, de l'angle θ_2^R d'émission de la particule 2 par rapport à la direction de recul du système (2 + 3) et de l'angle de détection θ_1^R de la particule 1 par l'intermédiaire de la distribution angulaire de la première étape, soit :

$$\sigma_R = \sigma_R(Q_2, \theta_2^R, \theta_1^R).$$

Considérons le cas expérimental où les 2 détecteurs, dont les signaux sont en coïncidence, sont placés dans le laboratoire aux angles θ_f et θ_m ; on cherche la forme du spectre sur la direction θ_f .

Il nous faut envisager deux cas selon que la particule 1 est détectée dans la direction θ_f , ou dans la direction θ_m .

VII-3-2-1 Particule 1 détectée dans la direction θ_f - particule 2 dans la direction θ_m .

Le diagramme de vitesse (Figure 18) montre qu'à une direction Laboratoire θ_m correspondent 2 angles dans la référence R, soient $\theta_{2m}^{R'}$ et $\theta_{2m}^{R''}$; ces deux angles correspondent à 1 seule valeur de E_{1f}^L mais à 2 valeurs $E_{2m}^{L'}$ et $E_{2m}^{L''}$ de l'énergie de la particule 2. Le spectre Laboratoire correspondant, observé dans la direction θ_f , sera la somme des contributions dues aux angles $\theta_{2m}^{R'}$ et $\theta_{2m}^{R''}$; transformées par le Jacobien J_L calculé pour $E_{2m}^{L'}$ et $E_{2m}^{L''}$. [Le Jacobien dépend de E_2^L par l'intermédiaire de p_2^L].

$$\sigma_1 = \frac{d\sigma(\theta_f)}{dE_1^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} = \sigma_R(Q_2, \theta_{2m}^{R'}, \theta_{1f}^R) J_L(E_{2m}^{L'}) + \sigma_R(Q_2, \theta_{2m}^{R''}, \theta_{1f}^R) J_L(E_{2m}^{L''})$$

VII-3-2-2 Particule 1 détectée dans la direction θ_m - particule 2 dans la direction θ_f .

Dans la direction θ_m , on a comme dans le cas précédent :

$$\frac{d\sigma(\theta_m)}{dE_1^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} = \sigma_R(Q_2, \theta_{2f}^{R'}, \theta_{1m}^R) J_L(E_{2f}^{L'}) + \sigma_R(Q_2, \theta_{2f}^{R''}, \theta_{1m}^R) J_L(E_{2f}^{L''})$$

Sur la courbe de tripartition, un évènement correspond à une coïncidence 1-2, donc aussi bien à une particule 2 qu'à une particule 1. Le spectre de particules 1 détectées dans la direction θ_m est formé des mêmes évènements que le spectre de particule 2 détectées dans la direction θ_f .

$$\frac{d\sigma(\theta_m)}{dE_1^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} = \frac{d\sigma(\theta_f)}{dE_2^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} \times \frac{dE_2^L(\theta_f)}{dE_1^L(\theta_m)}$$

Aux deux valeurs $E_{2f}^{'L}$ et $E_{2f}^{''L}$ de $E_2(\theta_f)$ correspondent deux valeurs de la quantité $\frac{dE_2^L}{dE_1^L}$.

on obtient ainsi :

$$\begin{aligned} \sigma_2 = \frac{d\sigma(\theta_f)}{dE_2^L d\Omega_1^L d\Omega_2^L} &= \sigma_R(Q_2, \theta_{2f}^{'R}, \theta_{1m}^{'R}) J_L(E_{2f}^{'L}) \frac{dE_{1m}^L}{dE_{2f}^{'L}} \\ &+ \sigma_R(Q_2, \theta_{2f}^{''R}, \theta_{1m}^{''R}) J_L(E_{2f}^{''L}) \frac{dE_{1m}^L}{dE_{2f}^{''L}} \end{aligned}$$

Le spectre total observé dans la direction laboratoire θ_f comporte des particules 1 et des particules 2. Le spectre total sera donné par

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$$

Calcul de $\frac{dE_1^L}{dE_2^L}$

Les quantités E_1^L et E_2^L sont liées par la relation définissant la courbe de tripartition.

$$(m_1 + m_3) E_1^L + (m_2 + m_3) E_2^L - 2\sqrt{m_p m_1 E_p^L E_1^L} \cos \theta_1^L \\ - 2\sqrt{m_p m_2 E_p^L E_2^L} \cos \theta_2^L + 2\sqrt{m_1 m_2 E_1^L E_2^L} \cos \theta_{12}^L = m_3 \left[Q + E_p^L \left(1 - \frac{m_p}{m_3} \right) \right]$$

En différentiant cette quantité, on obtient :

$$\frac{dE_1^L}{dE_2^L} = - \frac{(m_2 + m_3) \sqrt{E_2^L} - \sqrt{m_p m_2 E_p^L} \cos \theta_2^L + \sqrt{m_1 m_2 E_1^L} \cos \theta_{12}^L}{(m_1 + m_3) \sqrt{E_1^L} - \sqrt{m_p m_1 E_p^L} \cos \theta_1^L + \sqrt{m_1 m_2 E_1^L} \cos \theta_{12}^L}$$

Le calcul permettant d'effectuer ces transformations a été programmé sur un ordinateur CAE 510 et nous avons pu comparer aux spectres expérimentaux les résultats de nos évaluations des spectres pour différentes valeurs données aux angles de détection, θ_f étant fixé à 90° et θ_m explorant le cône associé à cette direction.

Les résultats sont présentés sur les figures 19 à 21.

L'accord observé est relativement satisfaisant aussi bien pour les angles situés dans le cône associé à ${}^5\text{He}^{\text{fond}}$ qu'à l'extérieur de ce cône, où les réactions passant par un état instable autre que ${}^5\text{He}^{\text{fond}}$ devraient être prépondérants. Ceci justifie notre hypothèse de ne prendre en considération que l'état ${}^5\text{He}^{\text{fond}}$ et montre que les autres états (en particulier ${}^5\text{He}^*$ et ${}^9\text{Be}^{4+}$) n'interviennent que faiblement dans la gamme d'énergie étudiée.

Le premier niveau excité de ^5He , prévu dans une configuration $1\text{P}_{1/2}$ par le modèle en couche, n'a jamais à notre connaissance, pu être mis en évidence d'une façon indiscutable, les résultats expérimentaux étant assez contradictoires. Pour notre part, nous estimons que sa contribution à nos résultats expérimentaux est faible, et ne peut être distinguée d'une influence du 2ème niveau excité de ^8Be ou de la tripartition directe.

Ceci confirme les travaux récents de BILWES-BOUROTTE [Bi 69] .

VIII - RAPPELS THEORIQUES

Nous avons vu que la première étape de la réaction correspondait à un mécanisme de noyau composé. Pour interpréter nos résultats expérimentaux, nous avons fait appel au formalisme de la matrice R .

Dans ce chapitre nous rappellerons les bases de ce formalisme, son application à une réaction à 3 corps et nous avons ajouté un paragraphe sur les corrélations angulaires triples.

VIII-1 Rappel sur la matrice R

Nous avons utilisé la publication et les notations de LANE et THOMAS [La 58].

Les principales hypothèses de base sont les suivantes :

- Absence de phénomènes dans lesquels on produit plus de deux noyaux dans une voie.
- Absence de phénomènes de création ou de destruction (ce qui exclut les photons)
- Existence, pour chaque paire de noyaux, d'une distance de séparation a_c au delà de laquelle l'interaction nucléaire entre ces noyaux est nulle.

Ces conditions permettent de concevoir dans l'espace de configuration une région intérieure où les interactions nucléaires se produisent, et une région extérieure où ne peuvent agir que les forces à longue portée.

VIII-1-1 Région intérieure et région extérieure dans l'espace de configuration

A cause de la courte portée des forces nucléaires, le noyau composé n'occupe qu'un petit volume v de l'espace de configuration des nucléons qui le composent.

Toutes les interactions nucléaires ont lieu à l'intérieur de ce volume, limité par une surface S . A l'extérieur les nucléons sont séparés en deux groupes entre lesquels l'interaction nucléaire est nulle.

Dans chaque voie, les deux groupes de particules ont une fonction d'onde décrivant leur mouvement relatif et leurs états internes. La voie, notée c , représente l'ensemble des nombres quantiques de ces mouvements. Une voie c est caractérisé par la donnée des quantités $\{ \alpha (I_1 I_2) s l, JM \}$ où α représente la paire de noyaux, de spin I_1 et I_2 , couplés dans un spin de voie s , avec un moment orbital l , de façon à former un moment angulaire total J dont la projection sur l'axe quantique est M .

La portion de la surface S qui permet de sortir du volume v et d'entrer dans la voie c est la surface S_c . Soit r_c la variable radiale du mouvement relatif dans la voie c . On peut définir S_c par la condition $r_c = a_c$, a_c étant tel que pour $r_c > a_c$ il ne peut y avoir d'interaction nucléaire entre la paire de noyaux de la voie c . La valeur a_c , appelée rayon de voie, peut dépendre non seulement de la paire de noyaux de la voie mais aussi de tous les nombres quantiques définissant la voie c .

Il existe des régions de l'espace de configuration qui n'appartiennent ni au volume v intérieur, ni à une voie. Ces régions correspondent à une cassure en plus de deux particules et sont supposées interdites énergétiquement.

Deux voies quelconques c et c' ne peuvent avoir de partie commune dans l'espace de configuration extérieur à v , sinon on pourrait passer de c à c' sans passer par la région intérieure v où, par hypothèse, ont lieu toutes les interactions nucléaires. On peut voir ainsi que, avec un choix convenable des rayons de voie a_c et $a_{c'}$, deux portions S_c et $S_{c'}$ de la surface S ne peuvent avoir aucun point de recouvrement.

On admet généralement que a_c ne dépend que de la nature des particules et on le prend approximativement égal à la somme de leurs rayons. La région intérieure est le volume v , limité par la surface S constituée elle même par la somme des surfaces S_c .

Pour relier la section efficace d'une réaction nucléaire aux caractéristiques du noyau composé, on raccorde habituellement la dérivée logarithmique de la fonction d'onde à l'extérieur, exprimée à l'aide de la matrice de collision, à la dérivée logarithmique de la fonction d'onde intérieure sur la surface S_c . Or, la fonction d'onde intérieure est inconnue. Cependant, on peut la développer sur un ensemble de fonctions de base X_λ particulières, en principe associées aux états du noyau composé, qui permettront d'exprimer la valeur V_c et la dérivée D_c de ψ sur la surface. La relation matricielle existant entre l'ensemble des V_c et des D_c est la matrice R . Elle s'exprime en fonction des énergies propres E_λ et des valeurs $\gamma_{\lambda c}$ des fonctions X_λ à la surface. Ces quantités seront utilisées comme paramètres dans la théorie et finalement les sections efficaces s'exprimeront à l'aide de cet ensemble de paramètres caractéristiques de la région intérieure.

Nous allons chercher à représenter la fonction d'onde sur la surface, dans la région intérieure, dans la région extérieure, puis faire le raccordement.

VIII-1-2 Fonction d'onde à la surface évaluée à partir de la région extérieure

Dans la région extérieure, on écrit la fonction d'onde totale ψ de la manière suivante :

$$\psi = \sum_c \phi_c u_c(r_c)$$

où $u_c(r_c)$ est la solution radiale de l'équation de SCHRÖDINGER relative à la voie c et ϕ_c représente la fonction d'onde relative à toutes les autres variables.

$$\phi_c = \frac{1}{r_c} i^l Y_l^m \psi_\alpha$$

Y_l^m est la partie angulaire de Ψ et ψ_α rend compte de l'état interne de la paire de particules et de leurs spins.

La fonction ϕ_c est définie dans tout l'espace de configuration mais sa valeur n'est non nulle que dans la voie c .

Comme, d'autre part, les surfaces S_c de chaque voie ne se recouvrent pas, on peut calculer sur $S = \sum_c S_c$ l'intégrale

$$\int_S \phi_c^* \phi_c dS = \delta_{cc}, \text{ qui montre que les fonctions } \phi_c \text{ sont}$$

orthonormales sur la surface S . On peut les considérer comme un ensemble de fonctions de base nous permettant de développer la fonction d'onde totale sur la surface S .

Pour pouvoir ultérieurement raccorder sur la surface S les fonctions d'onde à l'intérieur et à l'extérieur, nous avons besoin de connaître la valeur

$$V_c = \left(\frac{\hbar^2}{2M_c a_c} \right)^{1/2} u_c(a_c)$$

et la dérivée

$$D_c = \left(\frac{a_c \hbar^2}{2M_c} \right)^{1/2} \left(\frac{du_c}{dr_c} \right)_{r_c = a_c}$$

de la fonction d'onde radiale à la surface S_c

comme $\Psi = \sum_c \phi_c u_c(r_c)$ et que les fonctions ϕ_c sont orthonormées sur S , on a immédiatement :

$$\Psi = \sum_c \left(\frac{2M_c a_c}{\hbar^2} \right)^{1/2} \phi_c V_c$$

$$\text{et } \int_S \phi_c^* \Psi dS = \left(\frac{2M_c a_c}{\hbar^2} \right)^{1/2} V_c \text{ soit } V_c = \left(\frac{\hbar^2}{2M_c a_c} \right)^{1/2} \int_S \phi_c^* \Psi dS$$

Mais

$$r_c \Psi = \sum_c r_c \phi_c u_c \quad \text{où } r_c \phi_c \text{ est indépendant de } r_c$$

Sur la surface, en $r_c = a_c$, on a donc

$$\text{Grad}_n r_c \Psi = \sum_c a_c \phi_c \left(\frac{du_c}{dr_c} \right)_{r_c = a_c}$$

$$= \sum_c \left(\frac{2M_c a_c}{\hbar^2} \right)^{1/2} D_c \phi_c$$

$$\text{d'où } D_c = \left(\frac{\hbar^2}{2M_c a_c} \right)^{1/2} \int_S \phi_c^* \text{grad}_n r \Psi dS$$

$$\text{et } \text{Grad}_n \Psi = \sum_c \left(\frac{2M_c}{a_c \hbar^2} \right)^{1/2} (D_c - V_c) \phi_c$$

VIII-1-3 Fonction d'onde à la surface à partir de la région intérieure

Dans la région intérieure, la fonction d'onde totale inconnue satisfait à l'équation de SCHRÖDINGER.

$$H \Psi = E \Psi$$

Parmi l'infinité de solutions de cette équation, nous allons particulariser un ensemble de solutions que nous appellerons X_λ en leur imposant une condition aux limites : leur dérivée logarithmique à la surface sera une constante réelle B_c indépendante de λ .

Cet ensemble X_λ a des valeurs propres E_λ et vérifie l'équation

$$H X_\lambda = E_\lambda X_\lambda$$

On suppose que les fonctions X_λ forment un ensemble complet et orthonormé de sorte qu'on puisse développer Ψ sur la base de X_λ

$$\Psi = \sum_{\lambda} A_{\lambda} X_{\lambda}$$

Les fonctions X_λ , étant des cas particuliers de Ψ , peuvent comme Ψ être développées sur la surface S sur la base des fonctions ϕ_c .

Par analogie avec V_c et D_c , on définit $\gamma_{\lambda c}$ et $\delta_{\lambda c}$

$$\gamma_{\lambda c} = \left(\frac{\hbar^2}{2M_c a_c} \right)^{1/2} \int \phi_c^* X_\lambda dS \quad \text{d'où} \quad X_\lambda = \sum_c \left(\frac{2M_c a_c}{\hbar^2} \right)^{1/2} \gamma_{\lambda c} \phi_c$$

$$\text{et } \delta_{\lambda c} = \left(\frac{\hbar^2}{2M_c a_c} \right)^{1/2} \int_S \phi_c^* \text{grad}_n r X_\lambda dS \quad \text{d'où}$$

$$\text{Grad}_n X_\lambda = \sum_c \left(\frac{2M_c}{a_c \hbar^2} \right)^{1/2} (\delta_{\lambda c} - \gamma_{\lambda c}) \phi_c$$

Les X_λ ont été particularisés par la valeur de leur dérivée logarithmique à la surface. On a donc : $\frac{\delta_{\lambda c}}{\gamma_{\lambda c}} = B_c$

on peut montrer que $\delta_{\lambda c}$ et $\gamma_{\lambda c}$ sont des quantités réelles.

Pour évaluer Ψ en fonction de X_λ , il faut calculer $A_\lambda = \int_\tau X_\lambda^* \Psi d\tau$

Ψ et X_λ satisfont à l'équation de SCHRÖDINGER avec des valeurs propres E et E_λ

$$\begin{cases} H \Psi = E \Psi \\ H X_\lambda = E_\lambda X_\lambda \end{cases}$$

On multiplie à gauche la première équation par X_λ^* et le conjugué de la 2ème est multiplié à droite par Ψ . On soustrait membre à membre et on intègre sur le volume intérieur, on obtient :

$$\int (H X_\lambda)^* \Psi - X_\lambda^* H \Psi d\tau = \int (E_\lambda - E) X_\lambda^* \Psi d\tau$$

On suppose que le potentiel V inclus dans H est hermitique, de sorte que

$$\int_\tau [(V X_\lambda)^* \Psi - X_\lambda^* V \Psi] d\tau = 0$$

dans ce cas, on a

$$\int \frac{\hbar^2}{2M_c} [(\Delta^2 X_\lambda)^* \Psi - X_\lambda^* \Delta^2 \Psi] d\tau = \int (E_\lambda - E) X_\lambda^* \Psi d\tau$$

L'intégrale de volume du premier membre peut être transformé en intégrale de surface par la relation de GREEN

$$\int \frac{\hbar^2}{2M_c} [X_\lambda^* \text{grad}_n \Psi - \Psi \text{grad}_n X_\lambda^*] dS = \int (E_\lambda - E) X_\lambda^* \Psi d\tau$$

on exprime maintenant X_λ , $\text{grad } X_\lambda$, Ψ et $\text{grad } \Psi$ par leur développement sur la base des ϕ_c .

on a

$$\sum_c \int \frac{\hbar^2}{2M_c} \left[\left(\frac{2M_c a_c}{\hbar^2} \right)^{1/2} \gamma_{\lambda c} \phi_c^* \left(\frac{2M_c}{a_c \hbar^2} \right)^{1/2} (D_c - V_c) \phi_c - \left(\frac{2M_c a_c}{\hbar^2} \right)^{1/2} V_c \phi_c \left(\frac{2M_c a_c}{\hbar^2} \right)^{1/2} (\delta_{\lambda c} - \gamma_{\lambda c})^* \phi_c^* \right] dS = (E_\lambda - E) \int X_\lambda^* \psi d\tau$$

comme $\int \phi_c^* \phi_c dS = \delta_{cc}$, et que $\gamma_{\lambda c}$ et $\delta_{\lambda c}$ sont réels,

on obtient :

$$\sum_c \left[\gamma_{\lambda c} (D_c - V_c) - V_c (\delta_{\lambda c} - \gamma_{\lambda c}) \right] = (E_\lambda - E) A_\lambda$$

En tenant compte de la condition de liaison $\frac{\delta_{\lambda c}}{\gamma_{\lambda c}} = B_c$

on arrive à :

$$(E_\lambda - E) A_\lambda = \sum_c \gamma_{\lambda c} [D_c - B_c V_c]$$

ou en posant $D_c^0 = D_c - B_c V_c$,

$$A_\lambda = \sum_c \frac{\gamma_{\lambda c} D_c^0}{E_\lambda - E}$$

Par le développement $\psi = \sum_\lambda A_\lambda X_\lambda$

on trouve ainsi la relation liant la fonction d'onde à sa dérivée D_c^0 à la surface sur toute les voies :

$$\Psi = \sum_{\lambda} \sum_c \frac{\gamma_{\lambda c} X_{\lambda}}{E_{\lambda} - E} D_c^0$$

VIII-1-4 Définition de la matrice R

Cherchons la valeur $V_{c'}$ de Ψ sur la surface S_c , relative à la voie c' .

$$V_{c'} = \int_S \left(\frac{\hbar^2}{2M_c a_c} \right)^{1/2} \phi_{c'}^* \Psi dS$$

on remplace Ψ par sa valeur trouvée précédemment :

$$V_{c'} = \sum_{\lambda} \sum_c \frac{\gamma_{\lambda c}}{E_{\lambda} - E} D_c^0 \int \left(\frac{\hbar^2}{2M_c a_c} \right)^{1/2} \phi_{c'}^* X_{\lambda} dS$$

$$\text{or : } \int \left(\frac{\hbar^2}{2M_c a_c} \right)^{1/2} \phi_{c'}^* X_{\lambda} dS = \gamma_{\lambda c'}$$

$$\text{d'où : } V_{c'} = \sum_{\lambda} \sum_c \frac{\gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda c'}}{E_{\lambda} - E} D_c^0$$

la matrice R est définie par l'élément

$$R_{c c'} = \sum_{\lambda} \frac{\gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda c'}}{E_{\lambda} - E}$$

et on a $V_{c'} = \sum_c R_{c'c} D_c^0$

ou en notation matricielle :

$$\bar{V} = \bar{R} \bar{D}^0 \quad \text{avec} \quad \bar{R} = \sum_{\lambda} \frac{\bar{\gamma}_{\lambda} x \bar{\gamma}_{\lambda}}{E_{\lambda} - E}$$

La matrice R relie la valeur de Ψ et sa dérivée à la surface sur toutes les voies et traduit les propriétés de la région intérieure.

VIII-1-5 Matrice de collision U et relation entre U et R

Grâce à la relation de la matrice R, $\bar{V} = \bar{R} \bar{D}^0$, nous avons une expression de la valeur et de la dérivée de Ψ à la surface, à partir de la région intérieure.

Pour pouvoir exprimer la continuité à la surface, il faut obtenir les mêmes quantités à partir de la région extérieure.

Dans la région extérieure, la fonction d'onde radiale peut être définie comme la somme sur toutes les voies d'ondes entrantes I_c et sortantes O_c , de flux unité, ayant respectivement des amplitudes y_c et x_c .

$$\Psi = \sum_c (x_c O_c + y_c I_c)$$

La matrice de collision $\bar{U}$, relie les amplitudes x_c et y_c

$$x_{c'} = - \sum_c U_{c'c} y_c \quad \text{où} \quad \bar{x} = - \bar{U} \bar{y}$$

Pour établir la relation entre $\bar{U}$ et $\bar{R}$, on exprime que la dérivée logarithmique de la fonction d'onde Ψ est continue à la surface S .

De la même manière que pour la fonction d'onde à l'intérieur, on définit les valeurs V_c et D_c pour les fonctions d'onde à l'extérieur.

$$V_c = \left(\frac{1}{2} \hbar \right)^{1/2} \begin{pmatrix} -1/2 & -1/2 \\ \rho_c & 0_c x_c + \rho_c & I_c y_c \end{pmatrix}$$

$$D_c = \left(\frac{1}{2} \hbar \right)^{1/2} \begin{pmatrix} +1/2 & +1/2 \\ \rho_c & 0'_c x_c + \rho_c & I'_c y_c \end{pmatrix}$$

avec $\rho_c = k_c a_c$

V_c et D_c sont les éléments de matrices diagonales $\bar{V}$ et $\bar{D}$.

On applique la relation :

$$\bar{V} = \bar{R} \bar{D}^* = \bar{R} (\bar{D} - \bar{B} \bar{V})$$

où toutes les matrices sont diagonales sauf R . On a :

$$(\bar{\rho}^{-1/2} \bar{O} \bar{x} + \bar{\rho}^{-1/2} \bar{I} \bar{y}) = \bar{R} \left[(\bar{\rho}^{-1/2} \bar{O}' \bar{x} + \bar{\rho}^{-1/2} \bar{I}' \bar{y}) \right.$$

$$\left. - \bar{B} (\bar{\rho}^{-1/2} \bar{O} \bar{x} + \bar{\rho}^{-1/2} \bar{I} \bar{y}) \right]$$

En exprimant que $\bar{U} = -\frac{\bar{x}}{\bar{y}}$, on obtient $U = \bar{\Omega} \bar{W} \bar{\Omega}$ avec $\bar{\Omega} = \begin{pmatrix} \bar{I} \\ \bar{O} \end{pmatrix}^{1/2}$

$$\text{et } \boxed{\bar{W} = \bar{I} + \bar{P}^{-1/2} (\bar{I} - \bar{R} \bar{L}^0)^{-1} \bar{R} \bar{P}^{-1/2} \bar{W}}$$

Ces quantités sont définies par :

$$\bar{L}^0 = \bar{L} - \bar{B}$$

$$\bar{L} = \bar{\rho} \frac{\bar{0}'}{\bar{0}}$$

$$\bar{P} = \frac{\bar{\rho}}{\bar{I} \bar{0}}$$

$$\bar{w} = (\bar{0}' \bar{I} - \bar{I}' \bar{0})$$

et sont évaluées à la surface S.

Elles seront explicitées plus loin.

VIII-1-6 Introduction de la matrice de niveaux

La section efficace étant liée à la matrice de collision $\bar{U}$, il faut évaluer $\bar{U}$ en fonction de la matrice $\bar{R}$. Les autres matrices étant diagonales, le problème est d'évaluer la quantité $(\bar{I} - \bar{R} \bar{L}^0)^{-1} \bar{R}$. Le cas général est inextricable car $\bar{R}$ est une matrice ayant pour dimensions le nombre de voies, chaque élément de $\bar{R}$ étant une somme infinie sur tous les niveaux.

Un cas pratique intéressant se présente lorsqu'on envisage un nombre quelconque de voies, mais un petit nombre de niveaux. On établit une transformation permettant de se ramener à inverser une matrice de niveaux au lieu d'une matrice de voies.

On coupe la matrice $\bar{R}$ en $\bar{R} = \bar{R}^0 + \bar{R}'$.

$\bar{R}'$ contient les quelques niveaux retenus, $\bar{R}^0$ tous les autres.

L'expression $(\bar{1} - \bar{R} \bar{L}^0)^{-1} \bar{R}$ devient :

$$(\bar{1} - \bar{R} \bar{L}^0)^{-1} \bar{R} = (\bar{1} - \bar{R}^0 \bar{L}^0)^{-1} \bar{R}^0 + (\bar{1} - \bar{R}^0 \bar{L}^0)^{-1} (\bar{1} - \bar{R}' \bar{L}')^{-1} \bar{R}' (\bar{1} - \bar{L}^0 \bar{R}^0)^{-1}$$

$$\text{où } \bar{L}' = \bar{L}^0 (\bar{1} - \bar{R}^0 \bar{L}^0)^{-1}$$

et on a :

$$\bar{U} = \bar{\Omega} \bar{W} \bar{\Omega} \text{ avec}$$

$$\bar{W} = \bar{1} + P^{1/2} \left[(\bar{1} - \bar{R}^0 \bar{L}^0)^{-1} \bar{R}^0 + (\bar{1} - \bar{R}^0 \bar{L}^0)^{-1} (\bar{1} - \bar{R}' \bar{L}')^{-1} \bar{R}' (\bar{1} - \bar{L}^0 \bar{R}^0)^{-1} \right] P^{1/2} \bar{w}$$

L'opération n'est rentable que si à l'aide de certaines hypothèses simplificatrices on peut inverser simplement :

$$(\bar{1} - \bar{R}^0 \bar{L}^0) . \text{ Il reste à traiter } (\bar{1} - \bar{R}' \bar{L}')^{-1} \bar{R}' .$$

On cherche pour la quantité $(\bar{1} - \bar{R}' \bar{L}')^{-1}$ un développement sous la forme $(\bar{1} - \bar{R}' \bar{L}')^{-1} = \bar{1} + \sum_{\mu\nu} (\gamma_\mu \times \beta_\nu) A_{\mu\nu}$ où μ et ν sont des indices de niveau.

Multiplions membre à membre cette expression par :

$$(\bar{1} - \bar{R}' \bar{L}') = \bar{1} - \sum_{\lambda} \frac{\bar{\gamma}_{\lambda} \times \bar{\beta}_{\lambda}}{E_{\lambda} - E} , \text{ expression où on a posé } \bar{\beta}_{\lambda} = \bar{L}' \bar{\gamma}_{\lambda}$$

on obtient :

$$\bar{1} = \bar{1} - \sum_{\lambda} \frac{\bar{\gamma}_{\lambda} \times \bar{\beta}_{\lambda}}{E_{\lambda} - E} + \sum_{\mu\nu} (\bar{\gamma}_{\mu} \times \bar{\beta}_{\nu}) A_{\mu\nu} - \sum_{\lambda\mu\nu} \frac{(\bar{\gamma}_{\lambda} \times \bar{\beta}_{\lambda}) (\bar{\gamma}_{\mu} \times \bar{\beta}_{\nu})}{E_{\lambda} - E} A_{\mu\nu}$$

$$\text{soit } \sum_{\lambda \mu} (\bar{\gamma}_{\lambda} \times \bar{\beta}_{\mu}) \left[- \frac{\delta_{\lambda \mu}}{E_{\lambda} - E} + A_{\lambda \mu} - \sum_{\mu} \frac{\xi_{\lambda \mu}}{E_{\lambda} - E} A_{\mu \nu} \right] = 0$$

$$\text{avec } \xi_{\lambda \mu} = \sum_{c''} \beta_{\lambda c''} \gamma_{\mu c''} = (\bar{\beta}_{\lambda}, \bar{\gamma}_{\mu})$$

ce qui se traduit par :

$$(E_{\lambda} - E) A_{\lambda \nu} - \sum_{\mu} \xi_{\lambda \mu} A_{\mu \nu} = \delta_{\lambda \nu} \quad (\text{équation I})$$

Pour interpréter cette relation, considérons le produit matriciel

$$\bar{M} = (\bar{e} - \bar{E} - \bar{\xi}) \bar{A}$$

son élément $\lambda \nu$ s'écrit :

$$M_{\lambda \nu} = \sum_{\mu} (\bar{e} - \bar{E} - \bar{\xi})_{\lambda \mu} A_{\mu \nu}$$

si $(\bar{e} - \bar{E})$ est diagonale, on a :

$$M_{\lambda \nu} = (\bar{e} - E)_{\lambda \mu} A_{\lambda \mu} \delta_{\lambda \mu} - \sum_{\mu} \xi_{\lambda \mu} A_{\mu \nu}$$

on reconnaît la forme de l'équation I avec $M_{\lambda \nu} = \delta_{\lambda \nu}$. On a donc

$$\bar{A} = (\bar{e} - \bar{E} - \bar{\xi})^{-1}$$

$\bar{A}$ est la matrice de niveaux ; $\bar{e}$ une matrice diagonale contenant les énergies des niveaux retenus dans $\bar{R}'$; $\bar{E}$ est l'énergie multipliée par la matrice unité.

Dans $\bar{W}$ intervient la quantité $(\bar{I} - \bar{R}' \bar{L}')^{-1} \bar{R}'$:

$$\begin{aligned} (\bar{I} - \bar{R}' \bar{L}')^{-1} \bar{R}' &= \left[1 + \sum_{\mu\nu} (\bar{\gamma}_\mu \times \bar{\beta}_\nu) A_{\mu\nu} \right] \left[\sum_\lambda \frac{\bar{\gamma}_\lambda \times \bar{\gamma}_\lambda}{E_\lambda - E} \right] \\ &= \sum_\lambda \frac{\bar{\gamma}_\lambda \times \bar{\gamma}_\lambda}{E_\lambda - E} + \sum_{\lambda\mu\nu} \frac{\bar{\gamma}_\mu \times \bar{\gamma}_\lambda}{E_\lambda - E} \xi_{\nu\lambda} A_{\mu\nu} \end{aligned}$$

l'équation I, où on a échangé les indices μ et ν , donne :

$$\sum_\nu \xi_{\lambda\nu} A_{\mu\nu} = -\delta_{\lambda\mu} + (E_\lambda - E) A_{\lambda\mu}$$

on porte cette valeur dans l'expression de $(\bar{I} - \bar{R}' \bar{L}')^{-1} \bar{R}'$:

$$\begin{aligned} (\bar{I} - \bar{R}' \bar{L}')^{-1} \bar{R}' &= \sum_\lambda \frac{\bar{\gamma}_\lambda \times \bar{\gamma}_\lambda}{E_\lambda - E} + \sum_{\lambda\mu} \frac{\bar{\gamma}_\mu \times \bar{\gamma}_\lambda}{E_\lambda - E} \left[-\delta_{\lambda\mu} + (E_\lambda - E) A_{\lambda\mu} \right] \\ &= \sum_\lambda \frac{\bar{\gamma}_\lambda \times \bar{\gamma}_\lambda}{E_\lambda - E} - \sum_{\lambda\mu} \delta_{\lambda\mu} \frac{\bar{\gamma}_\mu \times \bar{\gamma}_\lambda}{E_\lambda - E} + \sum_{\lambda\mu} (\bar{\gamma}_\mu \times \bar{\gamma}_\lambda) A_{\lambda\mu} \\ &= \sum_{\lambda\mu} (\bar{\gamma}_\mu \times \bar{\gamma}_\lambda) A_{\lambda\mu} \end{aligned}$$

En posant $\bar{\alpha}_\lambda = (\bar{I} - \bar{R}^0 \bar{L}^0)^{-1} \bar{\gamma}_\lambda$ et $\bar{\alpha}_\mu = (\bar{I} - \bar{R}^0 \bar{L}^0)^{-1} \bar{\gamma}_\mu$

on a

$$\bar{W} = \bar{I} + \bar{P}^{1/2} \left[(\bar{I} - \bar{R}^0 \bar{L}^0)^{-1} \bar{R}^0 + \sum_{\lambda\mu} (\bar{\alpha}_\lambda \times \bar{\alpha}_\mu) A_{\lambda\mu} \right] \bar{P}^{1/2} \bar{w}$$

et $\bar{U} = \bar{\Omega} \quad \bar{W} \quad \bar{\Omega}$

Nous avons ainsi une expression de la matrice de collision en fonction de la matrice $\bar{R}$ contenant les propriétés du noyau. Dans cette matrice $\bar{R}$ nous avons pu garder un petit nombre de niveaux dans $\bar{R}'$ et grouper tous les autres dans la partie $\bar{R}^0$. Si le nombre de niveaux gardés dans $\bar{R}'$ est égal à 1 ou 2, on saura expliciter facilement la matrice de niveaux $\bar{A}$. Pour un plus grand nombre de niveaux, l'inversion devient vite très compliquée.

VIII-1-7 Expression de la section efficace

BLATT et BIEDENHARN [B1 52] et LANE et THOMAS [La 58] ont montré que dans le cas d'une réaction entre deux voies (α, S) et (α', S') la section efficace différentielle peut s'écrire sous la forme :

$$d\sigma_{\alpha' s'; \alpha s} = \frac{k_{\alpha}^2}{(2s+1)} \sum_L B_L (\alpha' s' ; \alpha s) P_L (\cos \theta_{\alpha'})$$

avec

$$B_L (\alpha' s' ; \alpha s) = \frac{(-)^{s'-s}}{4} \sum_{\substack{J_1 J_2 l_1 l_2 \\ l'_1 l'_2}} \bar{\mathcal{Z}}(l_1 J_1 l_2 J_2 ; sL) \bar{\mathcal{Z}}(l'_1 J_1 l'_2 J_2 ; s'L)$$

$$\left(\begin{matrix} J_1^{\pi_1} \\ U \\ \alpha' s' l'_1 ; \alpha s l_1 \end{matrix} \right)^* \left(\begin{matrix} J_2^{\pi_2} \\ U \\ \alpha' s' l'_2 ; \alpha s l_2 \end{matrix} \right)$$

s et s' sont les spins de voie dans les voies d'entrée et de sortie.

χ_α est le nombre d'onde de la particule incidente.

P_L les polynomes de LEGENDRE d'ordre L

θ_α , l'angle d'émission de la particule sortante observée

Les coefficients $\bar{Z}$ sont des coefficients exprimant le couplage entre le spin de voies et le moment angulaire orbital l pour obtenir le moment angulaire total J^π . Ils s'expriment à partir des coefficients de RACAH et de CLEBSCH-GORDAN. U^{J^π} est l'élément de la matrice de collision entre la voie d'entrée et la voie de sortie avec passage par un état composé de moment angulaire total J^π .

La section efficace expérimentale dûe à un faisceau et une cible non polarisés s'obtient en sommant sur S' et en faisant la moyenne sur S .

$$\frac{d\sigma_{\alpha'; \alpha}}{d\Omega(\alpha')} = \sum_{ss'} \frac{2s+1}{(2I_c+1)(2I_p+1)} \frac{d\sigma_{\alpha's'; \alpha s}}{d\Omega(\alpha')}$$

I_p et I_c sont les spins du noyau cible et de la particule incidente.

Dans l'expression de la section efficace différentielle, la somme sur L s'étend en principe de $L = 0$ jusqu'à l'infini, mais les conditions d'existence des coefficients $\bar{Z}$ limitent généralement assez vite la somme sur L .

Le coefficient $\bar{Z}(l_1 J_1 l_2 J_2 ; s L)$ n'est différent de zéro que si les conditions :

$$|l_1 - l_2| \leq L \leq l_1 + l_2 \quad ; \quad |J_1 - J_2| \leq L \leq J_1 + J_2 \text{ et } (l_1 + l_2 + L)$$

pair, sont remplies.

Comme à basse énergie incidente les contributions des grands moments orbitaux l sont faibles, la somme sur L ne comprendra qu'un nombre restreint de termes.

Si les niveaux représentés par J_1 et J_2 ont même parité, l_1 et l_2 auront aussi même parité et on ne pourra avoir que des contributions en L pair. La section efficace différentielle sera symétrique par rapport à $\frac{\pi}{2}$ (dans le centre de masse). Les termes en L impairs ne peuvent être produits que dans le cas d'interférence entre niveaux de parité opposée.

Nous avons vu ainsi qu'on peut évaluer la section efficace observée grâce à la matrice de collision U , elle même exprimée en fonction des éléments de la matrice R représentant les propriétés nucléaires de l'interaction étudiée.

VIII-2 Matrice R dans le cas d'une réaction à 3 corps

Les hypothèses permettant d'établir les relations de la matrice R supposent qu'on peut définir un rayon de voie a_c , délimitant la surface S_c entre régions intérieure et extérieure.

Dans le cas où un des noyaux constituant la paire α de la voie c n'est pas lié, sa fonction d'onde s'étend sur tout l'espace, et on ne peut plus définir de rayon de voie a_c .

Cependant, si la durée de vie du noyau non lié est suffisamment grande, ce qui correspond à une localisation de sa fonction d'onde dans l'espace, on pourra définir à nouveau un rayon de voie et appliquer la théorie de la matrice R . Cette condition implique qu'on puisse considérer la réaction à 3 corps comme une succession de deux réactions à deux corps, c'est à dire une réaction séquentielle.

Soit E_1 l'énergie cinétique du noyau lié β_1 émis.

L'énergie E_2 laissée au noyau non lié β_2 est alors bien définie.

On appelle r les voies ouvertes pour la désintégration de β_2 .

La relation d'orthogonalité des fonctions d'onde à la surface devient alors :

$$\int \Psi_c^*(E_{2r}) \Psi_{c'}(E'_{2r'}) dS = 4\pi a_c^2 \delta_{cc'} \delta_{rr'} \delta(E_2 - E'_2)$$

La fonction d'onde générale dans la région extérieure peut s'écrire :

$$\Psi_c = I_c - \sum_{c'} U_{c'c} O_c - \sum_{c'r'} \int_{E_2} U_{c'r'}(E_{2r'}) O_{c'} dE_2$$

où la première somme s'applique aux voies de sortie où les particules sont liées et la deuxième aux voies de sortie où une des particules n'est pas liée.

Nous allons chercher à exprimer la section efficace d'une réaction séquentielle dans le cadre de la matrice R .

Soit $T_{r l_3 s_3}$ l'amplitude de probabilité par unité d'angle solide pour la désintégration de la particule instable β_2 dans une voie r , avec un moment orbital l_3 et un spin de voie s_3 . Cette probabilité est normalisée de sorte que $\sum_{r, l_3, s_3} |T_{r l_3 s_3}|^2 = \frac{1}{4\pi}$.

La section efficace différentielle de production de la particule instable β_2 avec une énergie interne E_2 s'écrit :

$$\frac{d^2\sigma(E_2)}{dE_2 d\Omega} \alpha, \alpha' = \frac{\star^2_\alpha}{(2 I_p + 1) (2 I_c + 1)} \sum_{ss'} \sum_{l_1 l'_1} \sum_{l_2 l'_2} \sum_{J_1 J_2} \sum_L$$

$$\bar{E}(1_{J_1} 1_{J_2}; sL) \bar{E}(1'_{J_1} 1'_{J_2}; s'L) U^{J_1}_{\alpha's'l'_1, \alpha s l_1}(E_2) U^{J_2}_{\alpha's'l'_2, \alpha s l_2}(E_2)$$

$$\sum_{r_1 s_3} |T_{r_1 s_3}|^2 P_L(\cos\theta_{\alpha'})$$

Les éléments de matrice de collision $U^J(E_2)$ sont fonction de l'énergie E_2 de la particule instable. Cette dépendance en E_2 sera contenue dans la largeur partielle réduite correspondant à la voie d'émission de la particule instable : $\gamma^2_{\alpha's_2 l_2}(E_2)$ c'est-à-dire dans la largeur partielle $\Gamma_{\alpha's_2 l_2}(E_2)$

Supposons que la première séquence de la réaction est décrite par une résonance à un seul niveau λ ; la section efficace devient :

$$\frac{d^2\sigma(E_2)}{dE_2 d\Omega} \alpha, \alpha' = \frac{\star^2_\alpha}{(2 I_p + 1) (2 I_c + 1)} \sum_{ss' l l'} \frac{\Gamma_{\lambda\alpha} \Gamma_{\lambda\alpha'}(E_2)}{(E_\lambda + \Delta_\lambda - E)^2 + \left(\frac{\Gamma_\lambda}{2}\right)^2}$$

Nous allons expliciter la variation de $\Gamma_{\lambda\alpha'}(E_2)$ dans un cas particulier. Supposons que la particule instable β_2 soit dans un état décrit par une forme à un niveau dans toutes les voies ouvertes pour sa désintégration. Soient E_0, Γ_0 les caractéristiques de cette résonance dans l'une des voies r_0 .

Dans ces conditions on peut écrire :

$$\gamma_{\alpha', s_2 l_2}^2(E_2) = \gamma_{\alpha', s_2 l_2}^2(E_2 = E_0) \int_{\tau} |\psi_{r_0}(E_2)|^2 d\tau$$

ψ_{r_0} représente la fonction d'onde du système β_2 et l'intégrale sur la région interne τ de β_2 , la probabilité de formation de l'état composé (E_0, Γ_0) lorsque la voie d'entrée est r_0 .

L'hypothèse d'un seul niveau pour la formation de β_2 permet d'écrire [La 58 - Ch. XII]

$$\int_{\tau} |\psi_{r_0}(E_2)|^2 d\tau = \frac{1}{2\pi} \Gamma_0 \frac{\sum_{l_3 s_3} |T_{r_0 l_3 s_3}|^2}{(E_0 + \Delta_0 - E_2)^2 + \frac{\Gamma_0^2}{4}}$$

Si la voie r_0 est la seule ouverte pour la désintégration de β_2 ,

$$\sum_{l_3 s_3} (T_{r_0 l_3 s_3})^2 = \frac{1}{4\pi} \text{ et on peut écrire :}$$

$$\frac{d^2 \sigma_{\alpha, \alpha'}(E_2)}{d\Omega dE_2} = \frac{\kappa_{\alpha}^2}{(2I_p + 1)(2I_c + 1)} \sum_{ss' ll'} \frac{\Gamma_{\lambda \alpha} \Gamma_{\lambda \alpha'}(E_0)}{(E_{\lambda} + \Delta_{\lambda} - E)^2 + \left(\frac{\Gamma_{\lambda}}{2}\right)^2} \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_0}{(E_0 + \Delta_0 - E_2)^2 + \left(\frac{\Gamma_0}{2}\right)^2}$$

On retrouve bien la forme donnée par PHILIPPS pour la section efficace d'une réaction séquentielle en posant :

$$\rho(E_2) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_0}{(E_0 + \Delta_0 - E_2)^2 + \left(\frac{\Gamma_0}{2}\right)^2}, \text{ expression qui est la forme}$$

proposée par Weber.

Pour avoir la section efficace de la première étape, quelle que soit l'énergie E_2 , ou intègre sur E_2 .

En admettant que, dans le domaine d'intégration, Γ_0 et Δ_0 sont indépendants de E_2 on obtient :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{E_2} \frac{\Gamma_0}{(E_0 + \Delta_0 - E_2)^2 + \left(\frac{\Gamma_0}{2}\right)^2} = 1$$

La dépendance en E_2 des éléments U^J a disparu et ces éléments sont évalués pour $E_2 = E_0$.

On retrouve l'expression de la section efficace d'une réaction à deux corps :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\alpha, \alpha') = \frac{\kappa_\alpha^2}{(2I_p+1)(2I_c+1)} \sum \bar{z} (1_1 J_1 1_2 J_2; sL) \bar{z}' (1_1' J_1 1_2' J_2; s'L)$$

$$U^{*J_1}_{\alpha's'1_1'}(E_0) U^{J_2}_{\alpha's'1_2',\alpha s 1_2}(E_0) P_L(\cos \theta_{\alpha'})$$

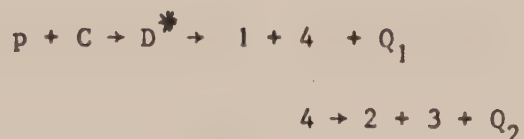
Ce raisonnement justifie l'utilisation de la matrice R dans une réaction séquentielle et la méthode utilisée pour évaluer la part revenant à la première étape de la réaction étudiée ici.

VIII-3 Corrélation angulaire triple

VIII-3-1 Expression générale

L'expression de la section efficace que nous avons établie dans le cas d'une réaction séquentielle ne tient pas compte des variables angulaires de la deuxième étape, sur lesquelles une intégration a été faite. Pour étudier la corrélation angulaire, nous faisons appel à la théorie développée par BIEDENHARN [Bi 60] et KRAUS [Kr 56].

Comme dans les premiers chapitres, nous symbolisons la réaction par :



C : noyau cible

p : particule incidente de moment orbital l_p

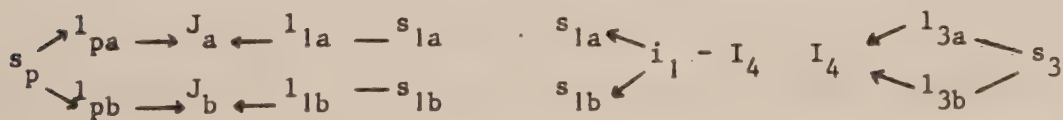
D^* : noyau intermédiaire formé dans un état J^π

1 : particule de spin i_1 émise lors de la première séquence avec un moment orbital l_1

4 : particule instable de moment angulaire I_4

2 et 3 : particules émises lors de la désintégration de 4 avec un moment orbital l_3 .

Cette réaction correspond au schéma de couplage de moments angulaires suivant :



s_p est le spin de voie d'entrée ; s_1 le spin de voie venant du couplage de 1 et 4 et s_3 celui de 2 et 3.

L'expression de la corrélation (1, 2, γ) donnée par KRAUS et BIEDENHARN a été adaptée au cas de 3 particules (1,2,3). Elle ne donne la distribution des particules 2 que dans le système de référence lié à 4.

Pour la formation de 4 avec une énergie déterminée E_4 , on a

$$\frac{d}{dE_4} W(\vec{k}_p \vec{k}_1 \vec{k}_2) = \frac{\kappa_p^2}{4 (2I_p + 1) (2I_c + 1)} \sum_{(-)} (s_p - l_a - J_a - I_4 + s_3)$$

$$\bar{Z} (l_{pa} J_a l_{pb} J_b; s_p v_o) \sqrt{2J_a+1} \sqrt{2J_b+1} \sqrt{2l_a+1} \sqrt{2l_b+1} \sqrt{2s_{la}+1} \sqrt{2s_{lb}+1}$$

$$(l_{la} l_{lb} 00 | v_1 0) \times \begin{pmatrix} J_a & l_{la} & s_{la} \\ J_b & l_{lb} & s_{lb} \\ v_o & v_1 & v_2 \end{pmatrix} W(s_{la} v_2 i_1 I_4; s_{lb} I_4)$$

$$\bar{Z} (l_{3a} I_4 l_{3b} I_4; s_3 v_2) U_{l, s_{la} l_{la}, s_p l_{pa}}^{J_a (E_4)} U_{l, s_{lb} l_{lb}, s_p l_{pb}}^{J_b (E_4)}$$

$$T_{I_4 s_3 l_{3a}}^* T_{I_4 s_3 l_{3b}} i^{v_o - v_1 - v_2} \sqrt{2v_o+1} \sqrt{2v_1+1} \sqrt{2v_2+1} P_{v_o v_1 v_2}(\vec{k}_p \vec{k}_1 \vec{k}_2)$$

La somme $\sum$ porte sur $s_p, s_3, l_{pa}, l_{pb}, l_{la}, l_{lb}, J_a, J_b, s_{la}, s_{lb}, l_{3a}, l_{3b}, v_o, v_1, v_2$.

Les "coefficients de RACAH", W et "9J", X sont définis selon MESSIAH [Me 60].

La signification de

$U^{J_a}(E_4)$ et $T_{I_4 s_3 l_3}$ a été donnée au paragraphe précédent.

$P_{v_0 v_1 v_2}(\bar{k}_p \bar{k}_1 \bar{k}_2)$ est un polynôme de LEGENDRE relatif aux 3 directions $\vec{k}_p \vec{k}_1 \vec{k}_2$.

VIII-3-2 Application au cas où on n'observe pas la particule 2

Si on n'observe pas la particule 2, on doit intégrer la formule précédente sur la direction $\vec{k}_2$ d'émission de cette particule. On utilise la propriété suivante

$$\int_{\vec{k}_2} P_{v_0 v_1 v_2}(\bar{k}_p \bar{k}_1 \bar{k}_2) d\Omega_{\vec{k}_2} = 4\pi \delta_{v_2 0} \delta_{v_0 v_1} \frac{P_{v_0}(\bar{k}_p \bar{k}_1)}{\sqrt{2v_0 + 1}}$$

Après intégration sur la direction $\vec{k}_2$ il ne restera donc dans la somme que les termes en $v_2 = 0$ et $v_1 = v_0$

Dans $\bar{E}(l_{3a} l_4 l_{3b} l_4 ; s_3 v_2)$, $v_2 = 0$ entraîne $l_{3a} = l_{3b} = l_3$ et dans le coefficient de RACAH W, $s_{1a} = s_{1b} = s_1$.

Tous calculs faits, en regroupant les phases et en tenant compte de la parité de $(l_{1a} - l_{1b} + v_0)$, on retrouve la section efficace différentielle de la première étape.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 dE_4} = \frac{d}{dE_4} \left[W(\vec{k}_p, \vec{k}_1, \vec{k}_2) \right] = \frac{\kappa_p^2}{(2I_p+1)(2I_c+1)} \sum (-)^{s_p-s_1} \bar{z} (1_{pa} J_a 1_{pb} J_b; s_p v_o)$$

$$\bar{z} (1_{1a} J_a 1_{1b} J_b; s_1 v_0) U_{s_1 1_{1a}, s_p 1_{pa}}^{J_a^*}(E_4) U_{s_1 1_{1b}, s_p 1_{pb}}^{J_b}(E_4) \left| T_{I_4 s_3 1_3}^* \right|^2 P_{v_o}(\vec{k}_p, \vec{k}_1)$$

Nous avons montré au paragraphe précédent que lorsque la particule instable quatre peut être représentée par une forme à un niveau, avec une seule voie de désintégration, on pouvait évaluer les éléments de matrice $U^J(E_4)$ à l'énergie de la résonance E_0 et que l'intégration sur E_4 permettait de retrouver l'expression de la section efficace pour une réaction à deux corps $\frac{d\sigma}{d\Omega_I}$.

VIII-3-3 Application au cas où la particule 1 est un ^4He .

Le spin de ^4He étant $i_1 = 0$, on a $s_{1a} = s_{1b} = s_1 = I_4$.

il apparait alors une simplification :

$$W(s_1 v_2 0 I_4; s_1 I_4) = \frac{1}{2I_4+1} \delta_{I_4 s_1}$$

En supposant de plus que $l_{3a} = l_{3b} = l_3$, on obtient :

$$W(\vec{k}_p, \vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{\kappa_p^2}{(2I_p+1)(2I_c+1)} \sum (-)^{s_p-1} 1_{1a}^{-J_a-I_4+s_3} \bar{z} (1_{pa} J_a 1_{pb} J_b; s_p v_o)$$

$$\sqrt{2J_a+1} \sqrt{2J_b+1} \sqrt{2I_{1a}+1} \sqrt{2I_{1b}+1} (1_{1a} 1_{1b} 00 | v_1 0) \times \begin{pmatrix} J_a & 1_{1a} & I_4 \\ J_b & 1_{1b} & I_4 \\ v_0 & v_1 & v_2 \end{pmatrix}$$

$$\bar{Z} (1_3 I_4 1_3 I_4 ; s_3 v_2) \begin{matrix} J_a \\ * \\ U (E_0) \\ I_4 1_{la} s_p 1_{pa} \end{matrix} \begin{matrix} J_b \\ U (E_0) \\ I_4 1_{lb} s_p 1_{pb} \end{matrix} \frac{1}{4\pi}$$

$$i^{(v_0 - v_1 - v_2)} \sqrt{2v_0+1} \sqrt{2v_1+1} \sqrt{2v_2+1} P_{v_0 v_1 v_2} (\bar{k}_p \bar{k}_1 \bar{k}_2)$$

et la somme $\sum$ porte sur $s_p, 1_{pa} 1_{pb} 1_{la} 1_{lb} J_a J_b v_0 v_1 v_2$

Cas particulier

Examinons le cas où la première étape de la réaction est isotrope: on a alors $v_0 = 0$, ce qui entraîne $v_1 = v_2$.

De plus, dans $\bar{Z} (1_{pa} J_a, 1_{pb} J_b ; s_1 0)$ on a les relations :

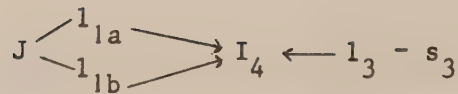
$J_a = J_b = J$ et $1_{pa} = 1_{pb} = 1_p$; les J et les 1_p d'entrée du système composé D^* interviennent de façon incohérente.

L'expression de la corrélation se simplifie et on obtient :

$$W (\bar{k}_p, \bar{k}_1 \bar{k}_2) = \frac{\chi_p^2}{4 (2I_p+1) (2I_c+1)} \sum (-)^{J-s_3} \frac{(2J+1)}{(2I_4+1)} \bar{Z} (1_{la} I_4 1_{lb} I_4 ; J v_1)$$

$$\bar{Z} (1_3 I_4 1_3 I_4 ; s_3 v_1) \begin{matrix} J \\ * \\ U (E_0) \\ I_4 1_{la} s_p 1_p \end{matrix} \begin{matrix} J \\ U (E_0) \\ I_4 1_{lb} s_p 1_p \end{matrix} P_{v_1} (\bar{k}_1 \bar{k}_2)$$

Les coefficients comportant des moments angulaires relatifs à la voie d'entrée de la première étape ont disparu et la corrélation est déterminée essentiellement par le spin I_4 du noyau instable 4. qui joue le rôle de moment angulaire total, et les coefficients de couplage correspondent au schéma suivant :



Les différentes valeurs de J interviennent de façon indépendante et la forme de la corrélation pour plusieurs niveaux J du système composé D^* est la superposition des contributions dûes à chaque valeur de J prise isolement. Remarquons encore que $W(\bar{k}_p, \bar{k}_1, \bar{k}_2)$ ne dépend que de l'angle $\theta_2 = (\bar{k}_1, \bar{k}_2)$ et que la distribution angulaire des particules 2 est de révolution autour de la direction $\bar{k}_1$.

VIII-3-4-1 Comportement des polynômes à 3 directions

$$P_{v_0 v_1 v_2}(\bar{k}_p, \bar{k}_1, \bar{k}_2)$$

Ce sont ces polynômes qui contiennent les variables angulaires de la corrélation.

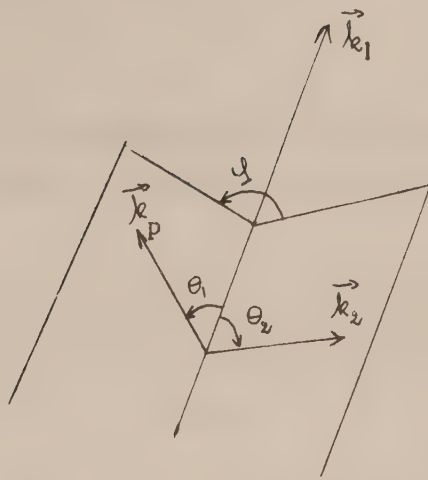
FERGUSON [Fe 65 a] et BIEDENHARN [Bi 60] les définissent par la relation :

$$P_{v_0 v_1 v_2}(\bar{k}_p, \bar{k}_1, \bar{k}_2) = (4\pi)^{3/2} i^{(v_0 + v_1 - v_2)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2v_0+1} \sqrt{2v_1+1} (2v_2+1)} \times \sum_{\alpha\beta\gamma} (-)^{\gamma(v_0 v_1 \alpha \beta | v_2 \gamma)} Y_{v_0}^{\alpha}(\bar{k}_p) Y_{v_1}^{\beta}(\bar{k}_1) \bar{Y}_{v_2}^{\gamma}(k_2)$$

où $Y(\bar{k})$ est l'harmonique sphérique associé à la direction $\bar{k}$.

Prenons comme axes de référence la direction $\vec{k}_p$. Les directions d'émission des particules 1 et 2 pourront s'exprimer par les angles $(\vec{k}_1, \vec{k}_p) = \theta_1$; $(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \theta_2$ et l'angle dièdre ϕ des plans $(\vec{k}_p, \vec{k}_1)$ et $(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$.



Comme $\gamma_{\nu_1}^{\beta}(0) = \delta_{\beta 0} \frac{\sqrt{2D_1+1}}{\sqrt{4\pi}}$

on a $\beta = 0$ ce qui entraine $\gamma = \alpha$

dans ce cas, on a :

1/2

$$P_{\nu_0 \nu_1 \nu_2}(\theta_1, \theta_2, \phi) = \frac{i^{\nu_0 + \nu_1 - \nu_2}}{\sqrt{2\nu_2 + 1}} \sum_{\alpha} (\nu_0 \nu_1 \alpha 0 | \nu_2 \alpha) \left[\frac{(\nu_0 - |\alpha|)! (\nu_2 - |\alpha|)!}{(\nu_0 + |\alpha|)! (\nu_2 + |\alpha|)!} \right]$$

$$P_{\nu_0}^{|\alpha|}(\cos \theta_1) P_{\nu_2}^{|\alpha|}(\cos \theta_2) e^{i\alpha \phi}$$

VIII-3-4-2 Cas particulier de notre expérience

Nous nous sommes placés dans une géométrie telle que $\bar{k}_p$, $\bar{k}_1$ et $\bar{k}_2$ soient coplanaires. La dépendance en ϕ disparaît; de plus nous avons choisi $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$.

La corrélation angulaire entre première et deuxième étape dépend dans ce cas des polynômes particuliers :

$$P_{\nu_0 \nu_1 \nu_2}(\frac{\pi}{2}, \theta_2, 0) = \frac{i^{\nu_0 + \nu_1 - \nu_2}}{\sqrt{2\nu_2 + 1}} \left\{ (\nu_0 \nu_1 0 0 | \nu_2 0) P_{\nu_0}^0(0) P_{\nu_2}^0(\cos \theta_2) \right. \\ \left. + 2 \sum_{\alpha > 0} (\nu_0 \nu_1 \alpha 0 | \nu_2 \alpha) \left[\frac{(\nu_0 - \alpha)! (\nu_2 - \alpha)!}{(\nu_0 + \alpha)! (\nu_2 + \alpha)!} \right]^{1/2} P_{\nu_0}^{\alpha}(0) P_{\nu_2}^{\alpha}(\cos \theta_2) \right\}$$

La particule 4 est le noyau ${}^5\text{He}$ fond correspondant à un état $P_{3/2}$ soit à $I_4 = 3/2$ et $l_3 = 1$. Ces valeurs entraînent que v_2 ne peut prendre que les valeurs 0 ou 2.

D'autre part, l'invariance par rotation des $P_{v_0 v_1 v_2}$ impose dans le cas coplanaire que $(v_0 + v_1 + v_2)$ soit pair, donc $(v_0 + v_1)$ doit être pair.

- si D^* est dans un état de parité bien définie, v_0 est pair, v_1 aussi. $P_{v_1}^\beta(0)$ étant nul pour v_1 pair et β impair, la corrélation s'exprimera en fonction de $P_0(\cos \theta_2)$, $P_2^0(\cos \theta_2)$ et $P_2^2(\cos \theta_2)$, quantités qui peuvent toutes se mettre sous la forme $1 + A \sin^2 \theta_2$.

- si D^* n'a pas de parité bien définie (il y a des interférences entre niveaux de parité opposée) on a des termes en v_0 impair. v_1 est alors impair et dans la corrélation il subsistera un terme en $P_2^1(\cos \theta_2)$ qui s'exprime en $\sin 2\theta_2$.

Le calcul montre que le poids du terme en $\sin 2\theta_2$ est faible devant les termes en $\sin^2 \theta_2$ (et ils sont d'autant plus faibles que les termes d'interférence sont plus petits) ce qui justifie notre approximation consistant à admettre la symétrie de révolution dans l'émission des particules 2 par rapport à la direction de recul de la particule 4 et la forme en $1 + A \sin^2 \theta_2$ adoptée pour la corrélation entre première et deuxième étape.

Le coefficient A de la corrélation varie assez peu avec l'énergie incidente mais sa valeur dépend fortement du mélange d'ondes partielles dans la voie de sortie de la première étape. La valeur expérimentale de A , bien que peu précise, nous impose malgré tout des limitations assez strictes dans la détermination des largeurs partielles en voie de sortie de la première étape, comme le montre la Fig. 22. Sur cette figure nous avons tracé les variations du coefficient A calculé pour des niveaux isolés de moments angulaires $3/2^-$ et $3/2^+$ situés à 0,7 et 1 MeV en fonction du rapport δ des largeurs partielles en voie de sortie.

IX - APPLICATION DE LA MATRICE R A L'ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX DE LA PREMIERE ETAPE

Comme nous l'avons indiqué précédemment (chapitre VI), nous avons mesuré expérimentalement la section efficace différentielle de la première étape de la réaction ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha_1 + {}^5\text{He}$. Par un développement en polynômes de LEGENDRE cette section efficace a pu être mise sous la forme : $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_L B_L P_L(\cos\theta)$. La variation des coefficients B_L mesurés a été représentée sur la figure 16.

D'après les travaux de BLATT et BIEDENHARN [Bl 52] ces coefficients peuvent s'exprimer sous la forme :

$$B_L(\alpha's', \alpha s) = \frac{(-)^{s'-s}}{4} \sum_{J_a J_b l_{pa} l_{pb} l_{la} l_{lb}} \bar{Z}(l_{pa} J_a l_{pb} J_b; sL) \bar{U}^{J_b}_{\alpha's' l_{lb}, \alpha s l_{pb}} \bar{U}^{J_a}_{\alpha's' l_{la}, \alpha s l_{pa}}$$

D'autre part, nous avons vu que la réaction avait de fortes chances d'être produite par un mécanisme de noyau composé, ce qui nous permettra d'exprimer les éléments de matrice de collision à partir du formalisme de la matrice R.

IX-1 Expression de l'élément de matrice de collision

Nous avons vu que, en suivant les notations de LANE et THOMAS [La 58] un élément de la matrice de collision permettant de passer d'une voie c à une voie c' ouverte pouvait s'écrire :

$$U_{cc'} = \Omega_c \left[\delta_{cc'} + P_c^{1/2} \left\{ \left[(1 - R^\circ L^\circ)^{-1} R^\circ \right]_{cc'} + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda c} \alpha_{\mu c'} A_{\lambda\mu} \right\} P_{c'}^{1/2} \right] \Omega_{c'} 2i$$

on peut développer cette expression et obtenir :

$$U_{c'c} = \Omega_c \delta_{cc'} \Omega_{c'} 2i + \Omega_c P_c^{1/2} \left[(1 - R^\circ L^\circ)^{-1} R^\circ \right]_{cc'} P_{c'}^{1/2} \Omega_{c'} 2i \\ + \Omega_c P_c^{1/2} \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda c} \alpha_{\mu c'} A_{\lambda\mu} P_{c'}^{1/2} \Omega_{c'} 2i$$

ce qui met en évidence :

un terme de déphasage de sphère dure $\Omega_c \delta_{cc'} \Omega_{c'} 2i$ n'existant que pour $c = c'$.

Un terme dû aux niveaux éloignés contenus dans R° :

$$\Omega_c P_c^{1/2} \left[(1 - R^\circ L^\circ)^{-1} R^\circ \right]_{cc'} P_{c'}^{1/2} \Omega_{c'} 2i$$

et un terme contenant la matrice des niveaux retenus dans R'

$$\Omega_c P_c^{1/2} \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda c} \alpha_{\mu c'} A_{\lambda\mu} P_{c'}^{1/2} \Omega_{c'} 2i$$

il faut remarquer que R° intervient dans ce dernier terme par

$$\alpha_{\lambda c} = \sum_{c''} (1 - R^\circ L^\circ)^{-1}_{cc''} \gamma_{\lambda c''} \text{ et } \alpha_{\mu c'} = \sum_{c''} (1 - R^\circ L^\circ)^{-1}_{c''c'} \gamma_{\mu c''}$$

Dans la formule générale, on a :

$$\Omega_c = \left(\frac{I_c}{O_c} \right)^{1/2}_{r_c=a_c} \quad I_c \text{ et } O_c \text{ sont solution de l'équation de SCHRODINGER}$$

radiale. Ces solutions peuvent s'exprimer à l'aide des fonctions de Coulomb F et G, régulière et irrégulière à l'origine

$$I_c = (G_c - i F_c) e^{i\omega_c}$$

$$O_c = (G_c + i F_c) e^{-i\omega_c}$$

I_c et O_c étant conjuguées, $\frac{I_c}{O_c}$ a pour module 1 et

$$\Omega_c = \left(\frac{I_c}{O_c} \right)^{1/2}_{r_c=a_c} = e^{i(\omega_c - \phi_c)} \quad \text{avec} \quad \phi_c = \text{Arctg} \frac{F_c}{G_c}$$

En posant $\omega_c - \phi_c = \zeta_c$, on a $\Omega_c = e^{i\zeta_c}$

$$P_c = \left(\frac{\rho}{I_c O_c} \right)_{r_c=a_c} = \left(\frac{\rho}{F_c^2 + G_c^2} \right)_{r_c=a_c} \quad \text{est la pénétrabilité.}$$

$$L^o_c = L_c - B_c \quad \text{avec} \quad L_c = \left(\rho \frac{O'_c}{O_c} \right)_{r_c=a_c} = S_c + iP_c$$

$$\text{et } S_c = \left[\frac{\rho (F_c F'_c + G_c G'_c)}{F_c^2 + G_c^2} \right]_{r_c=a_c}$$

et $A_{\lambda\mu}$ est l'élément $\lambda\mu$ de la matrice de niveaux $\bar{A} = (\bar{e} - \bar{E} - \bar{\xi})^{-1}$

où on peut séparer $\bar{\xi}$ en partie réelle et imaginaire :

$$\bar{\xi} = -\bar{\Delta} + \frac{1}{2} i \bar{\Gamma}$$

Δ est le déplacement de niveau et Γ la largeur totale.

Nous allons spécifier les voies c et c' pour la réaction ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha_1 + {}^5\text{He}$. A la voie d'entrée ${}^7\text{Li} + d$ on attribue l'indice d et à la voie de sortie $\alpha_1 + {}^5\text{He}$ l'indice α .

Comme $c \neq c'$ on obtient :

$$U_{d\alpha} = e^{i\zeta_d} P_d^{1/2} \left[(1 - R^\circ L^\circ)^{-1} R^\circ \right]_{d\alpha} P_\alpha^{1/2} e^{i\zeta_\alpha} 2i \\ + e^{i\zeta_d} P_d^{1/2} \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda d} \alpha_{\mu\alpha} A_{\lambda\mu} P_\alpha^{1/2} e^{i\zeta_\alpha} 2i$$

Nous allons voir comment calculer cet élément de matrice avec un puis 2 niveaux, et les approximations qu'on est amenés à faire.

IX-2 Forme à un niveau

On ne retient qu'un seul niveau λ dans la matrice de niveau. L'inversion est alors immédiate et on a :

$$A_\lambda = \frac{1}{E_\lambda - E + \Delta\lambda - \frac{i}{2} \Gamma_\lambda}$$

Pour R° , les approximations les plus courantes sont soit $R^\circ = 0$ soit R° diagonale.

IX-2-1 Forme à un niveau avec $R^\circ = 0$

Prendre $R^\circ = 0$ revient à négliger les niveaux éloignés de même spin et même parité que le niveau retenu λ .

Avec $R^\circ = 0$, $\alpha_{\lambda d}$ et $\alpha_{\lambda \alpha}$ se réduisent respectivement à $\gamma_{\lambda d}$ et $\gamma_{\lambda \alpha}$

l'élément de matrice s'écrit :

$$U_{da} = \frac{e^{i\zeta_d} P_d^{1/2} \gamma_{\lambda d} \gamma_{\lambda \alpha}}{E_\lambda - E + \Delta_\lambda - \frac{i}{2} \Gamma_\lambda} P_\alpha^{1/2} e^{i\zeta_\alpha} \quad 2i$$

Δ_λ est la somme sur toutes les voies des déplacements partiels $\Delta_{\lambda c}$.

$$\Delta_\lambda = \sum_c \Delta_{\lambda c} \quad \Delta_{\lambda c} = - (S_c - B_c) \gamma_{\lambda c}^2$$

De même, la largeur totale Γ_λ est la somme sur toutes les voies ouvertes des largeurs partielles :

$$\Gamma_\lambda = \sum_c \Gamma_{\lambda c} \quad \Gamma_{\lambda c} = 2 P_c \gamma_{\lambda c}^2$$

Approximations sur Γ_λ .

Pour avoir la valeur et la variation de Γ_λ avec l'énergie il faudrait connaître $\Gamma_{\lambda c}$ dans toutes les voies, ce qui n'est pas le cas. Nous avons pris Γ_λ comme paramètre avec comme valeur de départ la largeur à mi-hauteur des pics de résonance expérimentaux. La variation de Γ_λ est due aux pénétrabilités P_c .

Nous avons fait un essai en exprimant Γ_λ par la somme d'une partie constante et d'une partie variant avec l'énergie comme la pénétrabilité de la voie d'entrée pour les niveaux situés à basse énergie.

Approximations sur Δ_λ

Pour Δ_λ , on fait habituellement une approximation linéaire au voisinage de l'énergie de résonance.

On définit l'énergie de résonance par

$E_r = E_\lambda + \Delta_\lambda(E_r)$ et on développe $\Delta_\lambda(E)$ au voisinage de $E = E_r$

$$\Delta_\lambda(E) = \Delta_\lambda(E_r) - (E_r - E) \left(\frac{d}{dE} \Delta_\lambda \right)_{E=E_r}$$

on a alors :

$$\begin{aligned} E_\lambda + \Delta_\lambda(E) - E &= E_\lambda + \Delta_\lambda(E_r) - E - (E_r - E) \left(\frac{d}{dE} \Delta_\lambda \right)_{E=E_r} \\ &= (E_r - E) \left[1 - \left(\frac{d}{dE} \Delta_\lambda \right)_{E=E_r} \right] \end{aligned}$$

En choisissant les conditions de liaison B_c sur toutes les voies de sorte que $B_c = S_c(E_r)$, on a $\Delta_\lambda(E_r) = 0$ et $E_r = E_\lambda$

$$\text{d'où } E_\lambda + \Delta_\lambda - E = (E_\lambda - E) \left[1 - \left(\frac{d}{dE} \Delta_\lambda \right)_{E=E_\lambda} \right]$$

L'élément de matrice de collision s'écrit dans ce cas :

$$U_{d\alpha} = e^{i\zeta_d} P_d^{1/2} \frac{\gamma_{\lambda d} \gamma_{\lambda \alpha}}{(E_\lambda - E) \left[1 - \left(\frac{d}{dE} \Delta_\lambda \right)_{E=E_\lambda} \right] + \frac{i}{2} \Gamma_\lambda} P_\alpha^{1/2} e^{i\zeta_\alpha} 2i$$

posons $d_\lambda = \left[1 - \left(\frac{d}{dE} \Delta_\lambda \right)_{E=E_\lambda} \right]$

on peut écrire l'élément de matrice :

$$U_{d\alpha} = e^{i\zeta_d} P_d^{1/2} \frac{\frac{\gamma_{\lambda d}}{\sqrt{d_\lambda}} \frac{\gamma_{\lambda \alpha}}{\sqrt{d_\lambda}}}{(E_\lambda - E) + \frac{i}{2} \frac{\Gamma_\lambda}{d_\lambda}} P_\alpha^{1/2} e^{i\zeta_\alpha} 2i$$

On voit ainsi que l'approximation linéaire faite sur Δ_λ revient à renormaliser toutes les largeurs partielles par la quantité

$$\sqrt{d_\lambda} = \sqrt{1 - \left(\frac{d}{dE} \Delta_\lambda \right)_{E=E_\lambda}}$$

IX-2-2 Forme à un niveau avec R° diagonal

L'approximation R° diagonal peut se justifier car les contributions des niveaux éloignés aux termes non diagonaux de R° peuvent être positives ou négatives et ont tendance à s'annuler tandis que les termes diagonaux sont proportionnels aux largeurs réduites positives.

Reprenons l'expression du paragraphe IX-1 avec un seul niveau λ

$$U_{d\alpha} = e^{i\zeta_d} P_d^{1/2} \left[1 - R^\circ L^\circ \right]^{-1} R^\circ_{d\alpha} P_\alpha^{1/2} e^{i\zeta_\alpha} 2i$$

$$+ 2 i e^{i \zeta_d} P_d^{1/2} \frac{\alpha_{\lambda d} \alpha_{\lambda \alpha}}{E_\lambda - E + \Delta_\lambda - \frac{i}{2} \Gamma_\lambda} P_\alpha^{1/2} e^{i \zeta_\alpha}$$

Le terme $\left[(1-R^\circ L^\circ)^{-1} R^\circ \right]_{d\alpha}$ n'étant pas diagonal s'annule.

$$\alpha_{\lambda d} = \sum_c (1-R^\circ L^\circ)^{-1}_{dc} \gamma_{\lambda c}$$

Pour R° diagonal, il ne reste que le terme en $c' = d$

$$\alpha_{\lambda d} = \frac{\gamma_{\lambda d}}{(1-R^\circ L^\circ)_{dd}}$$

En posant $L^\circ_d = S^\circ_d + i P_d$

on obtient

$$\alpha_{\lambda d} = \frac{\gamma_{\lambda d}}{\sqrt{(1-R^\circ_d S^\circ_d)^2 + (R^\circ_d P_d)^2}} e^{-i \operatorname{Arctg} \frac{R^\circ_d P_d}{1-R^\circ_d S^\circ_d}}$$

on pose $d_d = (1 - R^\circ_d S^\circ_d)^2 + (R^\circ_d P_d)^2$ et $\epsilon_d = - \operatorname{Arctg} \frac{R^\circ_d P_d}{1-R^\circ_d S^\circ_d}$

$$\alpha_{\lambda d} = \frac{\gamma_{\lambda d}}{\sqrt{d_d}} e^{i \epsilon_d}$$

on obtient une expression analogue pour $\alpha_{\lambda \alpha}$

$$\alpha_{\lambda \alpha} = \frac{\gamma_{\lambda \alpha}}{\sqrt{d_\alpha}} e^{i \epsilon_\alpha}$$

L'élément de matrice de collision devient :

$$U_{d\alpha} = 2i e^{i(\zeta_d + \epsilon_d)} \frac{p_d^{1/2} \frac{\gamma_{dd}}{\sqrt{d_d}} \frac{\gamma_{\lambda\alpha}}{\sqrt{d_\alpha}} P_\alpha^{1/2}}{E_\lambda - E + \Delta_\lambda - \frac{i}{2} \Gamma_\lambda} e^{i(\zeta_\alpha + \epsilon_\alpha)}$$

L'introduction de R° diagonale oblige à renormaliser les largeurs partielles observées et modifie le déphasage potentiel.

Nous avons représenté sur la figure 23 les variations avec l'énergie incidente des quantités ϵ_d et d_d pour $l_d = 1$, $R_d^\circ = 1$ et $B_c = -1$.

Comme le font observer GARSIDE et TOBOCMAN [Ga 68] un calcul pratique utilisant la matrice R oblige à ne retenir qu'un très petit nombre de niveaux parmi l'infinité d'états propres du noyau composé. Les termes retenus peuvent rendre compte de la variation rapide de la section efficace dans une petite gamme d'énergie autour d'une résonance, mais l'effet cohérent des termes négligés est nécessaire pour rendre compte du fond non résonant, qui, dans le cas $R^\circ = 0$ est donné par le déphasage coulombien et le déphasage de sphère dure évalué au rayon d'interaction.

Comme on ne sait pas tenir compte individuellement des niveaux éloignés, une approximation plus proche de la réalité consiste à introduire un terme R° constant ou variant très lentement avec l'énergie qui change la partie non résonante de la section efficace, et en modifiant le déphasage potentiel, le rend plus réaliste que le déphasage de sphère dure.

VOGT [Vo 62], GARSIDE et TOBOCMAN [Ga 68] et MAHAUX [Ma 69] montrent que le déphasage introduit par R° permet de se rapprocher des déphasages produits par un potentiel optique. L'identification a été faite par VOGT dans des cas simples. Comme dans le cas $R^\circ = 0$, nous avons admis une approximation linéaire de la variation de Δ_λ .

Avec R° diagonal, $\Delta_\lambda = \sum_c \Delta_{\lambda c}$ avec

$$\Delta_{\lambda c} = \frac{P_c (R_c^\circ P_c) - S_c^\circ (1 - R_c^\circ S_c^\circ)}{d_c} \gamma_{\lambda c}^2$$

$$d_c = (1 - R_c^\circ S_c^\circ)^2 + (R_c^\circ P_c)^2$$

On peut encore développer $\Delta_\lambda(E)$ au voisinage de $E = E_r$ et choisir les conditions de liaison B_c telles que $\Delta_\lambda(E_r) = 0$, c'est à dire faire la même approximation que pour $R^\circ = 0$. Dans ce cas l'expression de B_c est moins simple que pour $R^\circ = 0$ et devient :

$$B_c = S_c(E_r) - P_c(E_r) \operatorname{tg} \frac{A_c}{2}, \text{ l'angle } A_c \text{ étant défini}$$

$$\text{par } \sin A_c = 2 (P_c R_c^\circ)_{E = E_r}$$

IX-3 Forme à 2 niveaux

On retient dans R' deux niveaux λ et μ de même spin et parité. Pour avoir $A_{\lambda\mu}$, il faut inverser la matrice :

$$(\bar{e} - \bar{E} - \bar{\xi}) = \begin{vmatrix} E_{\lambda} + \Delta_{\lambda} - E - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda} & \Delta_{\lambda\mu} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\mu} \\ \Delta_{\mu\lambda} - \frac{i}{2} \Gamma_{\mu\lambda} & E_{\mu} + \Delta_{\mu} - E - \frac{i}{2} \Gamma_{\mu} \end{vmatrix}$$

on obtient $\bar{A} = (\bar{e} - \bar{E} - \bar{\xi})^{-1}$

$$\bar{A} = \begin{vmatrix} \frac{E_{\mu} + \Delta_{\mu} - E - \frac{i}{2} \Gamma_{\mu}}{D} & \frac{-\Delta_{\lambda\mu} + \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\mu}}{D} \\ \frac{-\Delta_{\lambda\mu} + \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\mu}}{D} & \frac{E_{\lambda} + \Delta_{\lambda} - E - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda}}{D} \end{vmatrix}$$

$$\text{avec } D = \left[E_{\mu} + \Delta_{\mu} - E - \frac{i}{2} \Gamma_{\mu} \right] \left[E_{\lambda} + \Delta_{\lambda} - E - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda} \right] - \left[\Delta_{\lambda\mu} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\mu} \right]^2$$

IX-3-1 Forme à 2 niveaux avec $R^{\circ} = 0$

Dans nos applications de la formule à 2 niveaux, nous avons négligé les termes non diagonaux de A, qui sont faibles devant les termes diagonaux si les largeurs partielles sont distribuées au hasard :

$A_{\lambda\mu} = A_{\mu\lambda} = 0$, il reste :

$$A_{\lambda\lambda} = \frac{1}{E_{\lambda} + \Delta_{\lambda} - E - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda}}$$

$$A_{\mu\mu} = \frac{1}{E_{\mu} + \Delta_{\mu} - E - \frac{i}{2} \Gamma_{\mu}}$$

et l'élément de matrice à deux niveaux devient :

$$U_{d\alpha} = e^{i\zeta_d} P_d^{1/2} \left[\frac{\gamma_{\lambda d} \gamma_{\lambda \alpha}}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - \frac{i}{2} \Gamma_\lambda} + \frac{\gamma_{\mu d} \gamma_{\mu \alpha}}{E_\mu + \Delta_\mu - E - \frac{i}{2} \Gamma_\mu} \right] P_\alpha^{1/2} e^{i\zeta_\alpha} \quad 2i$$

Pour les déplacements de niveau nous avons fait l'approximation linéaire au voisinage d'un des niveaux λ , et choisi les conditions de liaison B_c de façon à annuler Δ_λ à l'énergie de résonance $E_{r\lambda}$ définie par $E_{r\lambda} = E_\lambda + \Delta_\lambda(E_{r\lambda})$

$$B_c = S_c(E_{r\lambda}) \quad \text{d'où}$$

$$E_\lambda + \Delta_\lambda - E = (E_\lambda - E) \left(1 - \frac{d}{dE} \Delta_\lambda \right) \quad E = E_\lambda$$

On peut de même développer $\Delta_\mu(E)$ au voisinage de l'énergie

$$E_{r\mu} = E_\mu + \Delta_\mu(E_{r\mu})$$

$$\Delta_\mu(E) = \Delta_\mu(E_{r\mu}) + (E - E_{r\mu}) \left(\frac{d}{dE} \Delta_\mu \right) \quad E = E_{r\mu}$$

Si les conditions de liaisons ont été choisies de façon à annuler

$$\Delta_\lambda(E_{r\lambda}), \quad \Delta_\mu(E_{r\mu}) \quad \text{sera différent de zéro et } E_{r\mu} \neq E_\mu$$

$$E_\mu + \Delta_\mu(E) - E = (E_{r\mu} - E) \left[1 - \frac{d}{dE} \Delta_\mu \right]_{E=E_{r\mu}}$$

si E_λ et E_μ sont voisins et si $S_c(E)$ ne varie pas trop dans cette gamme d'énergie, $\Delta_\mu(E_{r\mu})$ sera petit et $E_{r\mu}$ voisin de E_μ .

[Dans les mêmes conditions le terme $\Delta_{\lambda\mu}$ de l'élément $\Lambda_{\lambda\mu}$ négligé serait aussi petit] .

IX-3-2 Forme à 2 niveaux avec R° diagonal

Comme dans le cas à un niveau, l'introduction de R° diagonal modifie le déphasage potentiel :

$$\zeta_d \text{ devient: } \zeta_d - \text{Arctg} \frac{R_d^\circ P_d}{1 - R_d^\circ S_d}$$

$$\zeta_\alpha \text{ devient: } \zeta_\alpha - \text{Arctg} \frac{R_\alpha^\circ P_\alpha}{1 - R_\alpha^\circ S_\alpha}$$

Les largeurs partielles $\gamma_{\lambda d}$ et $\gamma_{\mu d}$ sont renormalisées par

$$\frac{1}{\sqrt{(1 - R_d^\circ S_d^\circ)^2 + (R_d^\circ P_d)^2}} \text{ et } \gamma_{\lambda\alpha}, \gamma_{\mu\alpha} \text{ par la quantité } \frac{1}{\sqrt{(1 - R_\alpha^\circ S_\alpha^\circ)^2 + (R_\alpha^\circ P_\alpha)^2}}$$

Pour Δ_λ et Δ_μ on peut faire les mêmes approximations que pour $R^\circ = 0$, la seule différence venant de la détermination des conditions de liaison B_c permettant d'annuler Δ_λ à $E = E_\lambda$.

Remarque. Elimination des voies fermées

Dans la théorie de la matrice R , on doit tenir compte de toutes les voies, ouvertes ou fermées. Toutefois, LANE et THOMAS montrent qu'on peut éliminer, dans les calculs, les voies fermées à condition de renormaliser les largeurs partielles.

$$\gamma_{\lambda c}^\circ = \frac{\gamma_{\lambda c}}{\sqrt{1 - \frac{d}{dE} \Delta_{\lambda\lambda}}}$$

$$\text{avec } \frac{d}{dE} \Delta_{\lambda\lambda} = - \sum_e \frac{dS_e}{dE} \gamma_{\lambda e}^2$$

$\gamma_{\lambda e}$ représente les largeurs partielles dans les voies formées, et la somme porte sur toutes les voies fermées. Cette approximation n'est valable que si on peut approximer S_e par une fonction linéaire de l'énergie. L'approximation n'est certainement pas valable au voisinage immédiat d'un seuil, où S_e n'est pas linéaire. La quantité $\frac{d}{dE} \Delta_{\lambda\lambda}$ n'est pas accessible expérimentalement, et toutes les largeurs partielles données seront des largeurs partielles "observées" $\tilde{\gamma}_{\lambda c}$ et non les largeurs partielles formelles $\gamma_{\lambda c}$.

X - ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX DE LA PREMIERE ETAPE ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha + {}^5\text{He}$

Nos résultats expérimentaux sont constitués par des distributions angulaires mesurées entre 30° et 170° (Laboratoire) pour des énergies incidentes de 0,45 à 2 MeV avec un pas moyen de 0,05 MeV. Ces distributions angulaires sont transformées dans le centre de masse puis développées en série de polynômes de LEGENDRE $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_L B_L P_L(\cos\theta)$.

X-1 Données bibliographiques

Dans la gamme d'énergie étudiée, les travaux de IMHOF [Im 65] BAGGET et BAME [Ba 52], PAUL et KOHLER [Pa 63], BASHKIN [Ba 54] montrent l'existence de niveaux de ${}^9\text{Be}$ d'excitation 16,97 MeV [réaction (d,p) et (d, γ) sur ${}^7\text{Li}$], 17,28 et 17,48 MeV [réactions (d,p), (d,n) et (d, α) sur ${}^7\text{Li}$] et la possibilité d'un niveau vers 18,6 MeV [réaction (d,p) et (d,d) sur ${}^7\text{Li}$]. On a proposé pour ces niveaux les caractéristiques suivantes [Aj 66].

: E exc. :	: Energie de :	: Largeur totale :	: J^π ; T :
: :	: résonance (MeV) :	: Γ (keV) :	: :
: 16,97 :	: 0,361 :	: < 0,5 :	: ; T = $3/2$:
: 17,28 :	: 0,7 :	: 250 :	: $(3/2, 5/2)^-$:
: 17,48 :	: 1,0 :	: 60 :	: $(\leq 7/2)^+$:
: 18,6 :	: (2,5) :	: :	: :
: :	: :	: :	: :

L'attribution J^π pour le niveau 17,28 MeV (niveau noté "a" par la suite) est basée essentiellement sur une mesure de RIVIERE [Ri 56] qui a trouvé que la distribution angulaire de la réaction ${}^7\text{Li}$ (d, α) était isotrope à 0,9 MeV, et en a déduit que le moment orbital dans la voie d'entrée l_d était égal à zéro et sur une mesure de corrélation angulaire à la même énergie.

Pour le niveau à 17,48 MeV (qui sera noté "b") on a admis un moment orbital $l_d = 1$.

NÜSSBAUM [Nu 69] a publié une étude sur ${}^7\text{Li} (d,n) {}^8\text{Be}$ dans une gamme d'énergie réduite (0,91 à 1,09 MeV) autour du niveau "b". Prenant pour le niveau "a" les caractéristiques suivantes :

$$E_{\text{résonance}} = 0,7 \text{ MeV} - \Gamma = 0,22 \text{ MeV} \quad J^\pi = \frac{5}{2}^- \quad l_d = 0 ; l_n = 1,$$

il en déduit pour le niveau "b" :

$$E_{\text{résonance}} = 1,025 \text{ MeV} \quad \Gamma = 0,120 \text{ MeV} \quad J^\pi = 7/2^+ \quad l_d = 1 \quad l_n = 2$$

Son analyse est basée sur la théorie de la matrice S de HUMBLET et ROSENFELD avec un fond continu constant.

FORD [Fo 64] a étudié la diffusion élastique ${}^7\text{Li} (d,d) {}^7\text{Li}$ entre 0,4 et 1,8 MeV. Son étude confirme une parité négative pour le niveau "a" et une parité positive pour le niveau "b".

MANALIS et HENKEL [Ma 64] ont tracé une fonction d'excitation de ${}^7\text{Li} (d\alpha) {}^5\text{He}$ à 90° entre 175 et 300 keV. La courbe trouvée est en accord avec un mécanisme de noyau composé.

MILONE et POTENZA [Mi 66] montrent que la réaction ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha + {}^5\text{He}$ explique la plus grande partie des α émis à 0,8 et 1 MeV. Ils donnent une distribution angulaire à 0,8 MeV qui est en accord avec nos résultats. Des mesures en coïncidence leur permettent de déterminer la corrélation angulaire entre première et deuxième étape; ils trouvent une forme en $1 + A \sin^2 \theta$ avec $A = 3,0 \pm 0,3$, résultat compatible avec nos mesures.

X-2 Méthode d'analyse

Un programme, écrit et mis au point sur ordinateur IBM 7094, nous permet de calculer les coefficients B_L du développement $\sum_L B_L P_L(\cos\theta)$ dont nous avons rappelé l'expression dans les notation de LANE et THOMAS et de les comparer aux coefficients déterminés expérimentalement.

Nous avons formé la quantité :

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \frac{\sum |B_{\text{exp}} - B_{\text{calc}}|^2}{\sum (\Delta B_{\text{exp}})^2}$$

où N est le nombre de points expérimentaux et ΔB_{exp} représente une estimation de l'erreur commise sur la valeur mesurée. Nous avons cherché à minimiser χ^2 en faisant varier les différents paramètres suivant une méthode de plus grande pente. Dans l'expression de χ^2 la somme porte simultanément sur toutes les valeurs de B_0 , B_1 , B_2 et B_3 .

De plus, le programme permet de calculer le coefficient A (E) de la corrélation angulaire $1 + A(E) \sin^2 \theta_2^R$ et un test limite la variation des paramètres de façon que la quantité A (E) calculée reste dans les limites déterminées par l'expérience.

Dans les éléments de la matrice de collision permettant d'obtenir les coefficients B_L , certains termes peuvent être calculés quand on se donne les rayons d'interaction et les conditions de liaisons. Les autres termes seront considérés comme des paramètres ajustables dont nous essayerons de trouver les valeurs par comparaison avec les données expérimentales.

X-3 Détermination des éléments de matrice

Les éléments de matrice $U_{\alpha s_\alpha l_\alpha; d s_d l_d}^{J\pi}$ sont caractérisés par le moment angulaire et la parité du niveau J^π , les spins de voie s_d , s_α et les moments orbitaux l_d , l_α .

- Spin de voie :

Dans la voie d'entrée, le couplage du spin de ${}^7\text{Li}$ ($3/2^-$) et du deutéron (1^+) donne pour s_d les valeurs : $1/2^-$, $3/2^-$ et $5/2^-$. Dans la voie de sortie, ${}^4\text{He}$ ayant un spin 0^+ et ${}^5\text{He}^{\text{fond}}$, $3/2^-$, on a une valeur unique $s_\alpha = 3/2^-$.

- Moments orbitaux

Considérant les faibles énergies incidentes utilisées et les valeurs des pénétrabilités, nous nous sommes limités dans la voie d'entrée à $l_d \leq 2$.

Le Q de la réaction étant élevé, les pénétrabilités n'imposent pas de limite en voie de sortie. Les valeurs de l_α à considérer sont imposées par les hypothèses sur J^π .

La conservation de la parité implique une parité bien définie pour l_d et l_α .

- Moment angulaire total et parité

Nous avons envisagé les valeurs $J^\pi = 1/2^\pm, 3/2^\pm, 5/2^\pm, 7/2^\pm$. Les valeurs de l et s compatibles avec ces hypothèses sur J^π sont reportées dans le tableau suivant (compte tenu des limitations admises pour l_d).

		$l_d \leq 2$			l_α
J_π	s_d	$1/2^-$	$3/2^-$	$5/2^-$	$s_\alpha = 3/2^-$
$1/2^-$		0	2	2	2,4
$1/2^+$		1	1	> 2	1,1
$3/2^-$		2	0,2	2	0,2
$3/2^+$		1	1	1	1,3
$5/2^-$		2	2	0,2	2,4
$5/2^+$		> 2	1	1	1,3
$7/2^-$		> 2	2	2	2,4
$7/2^+$		> 2	> 2	1	3,5

- Rayons de voie

Les rayons de voie d'entrée a_d et de sortie a_α ont été pris égaux à la somme des rayons des fragments et considérés, dans un premier temps, comme des quantités fixées.

$$a_d = 4 \text{ F} \quad a_\alpha = 4,85 \text{ F.}$$

- Conditions de liaison à la surface B_c

Les conditions de liaison B_c sont déterminées de façon à annuler le déplacement de niveau à l'énergie de la résonance.

- Paramètres liés aux niveaux.

Les grandeurs intervenant comme paramètre sont: la position du niveau, sa largeur totale, et les différentes largeurs partielles réduites $\gamma_d s_d l_d$ et $\gamma_{\alpha s_\alpha l_\alpha}$.

Du tableau déterminant les valeurs de l_d et l_α , on peut déduire le nombre de largeurs partielles à considérer suivant les valeurs de J^π

J^π	$1/2^-$	$1/2^+$	$3/2^-$	$3/2^+$	$5/2^-$	$5/2^+$	$7/2^-$	$7/2^+$
Nbre de largeurs partielles	5	3	6	5	6	4	4	3

Si dans les éléments de matrice à deux niveaux nous négligeons l'élément $A_{\lambda\mu}$ non diagonal, cela n'introduit pas de paramètres supplémentaires.

- Eléments de $\bar{R}^0$ supposée diagonale

Dans les voies d'entrée et de sortie, nous admettrons que les éléments $\bar{R}^0_{cc}$ sont indépendants du spin de voie et ne dépendent que du moment orbital. Le nombre d'éléments introduits sera précisé au cours de la discussion.

X-4 Analyse avec deux niveaux

Nous avons d'abord tenté d'analyser nos résultats avec deux niveaux correspondant à "a" et "b", en soustrayant à la section efficace intégrée $4 \pi B_0$ un fond obtenu en extrapolant vers les basses énergies la région 2 MeV - 1,5 MeV, et en limitant notre analyse à la zone d'énergie incidente $E_d < 1,5$ MeV.

La présence des termes impairs B_1 et B_3 montre que "a" et "b" ont des parités opposées. Pour le niveau "a" nous avons envisagé $1/2^- \leq J_a^\pi \leq 7/2^-$ et pour "b" : $1/2^+ \leq J_b^\pi \leq 7/2^+$.

La combinaison ($J_a^\pi = 1/2^-$; $J_b^\pi = 1/2^+$) peut être éliminée tout de suite car elle donnerait des distributions angulaires isotropes. De plus, une condition d'existence des coefficients $\bar{E}$: $|J_a - J_b| \leq L \leq J_a + J_b$ montre que $J_a^\pi = 1/2^-$ combiné à une quelconque des valeurs envisagées pour J_b^π ne peut donner à la fois des coefficients d'interférence en B_1 et B_3 . La conclusion est la même pour l'hypothèse $J_b^\pi = 1/2^+$.

L'attribution $J^\pi = 7/2^-$ en "a" donnerait $B_2 > 0$ contrairement à l'expérience.

Nous pouvons donc retenir :

$$J_a^\pi = 3/2^- \text{ ou } 5/2^-$$

$$J_b^\pi = 3/2^+, 5/2^+ \text{ ou } 7/2^+ \text{ en remarquant que la combinaison } (J_a^\pi = 3/2^- ; J_b^\pi = 7/2^+) \text{ est à exclure car elle entraîne } B_1 = 0.$$

Quelles que soient les hypothèses faites nous n'avons pas pu, avec deux niveaux, obtenir de résultats satisfaisants. En particulier, l'ordre de grandeur du coefficient B_1 au voisinage de la résonance "a" n'était pas acceptable.

X-5 Analyse avec 3 niveaux

Pour augmenter le terme d'interférence B_1 au voisinage du niveau "a" et tenir compte du comportement des coefficients B_L au dessus de 1,5 MeV, nous avons introduit dans la partie haute énergie de notre gamme de mesure une contribution résonante de parité positive. Avec nos résultats expérimentaux, nous ne pouvons pas savoir avec précision s'il s'agit vraiment d'une résonance, d'une contribution globale due à plusieurs niveaux ou même d'un fond croissant avec l'énergie. Toutefois la variation des coefficients B_L étant assez rapide, nous avons préféré introduire un troisième niveau plutôt qu'une contribution R^0 qui représente une variation assez lente avec l'énergie. Par commodité, cette contribution résonante sera appelée "niveau c". Des mesures à plus haute énergie pour préciser la nature du "niveau c" seraient d'ailleurs délicates, car à 2,06 et 2,44 MeV s'ouvrent deux nouvelles voies de sortie ${}^7\text{Li} (d,n) {}^8\text{Be}^*$ mettant en jeu les niveaux de ${}^8\text{Be}$ à 16,63 et 16,97 MeV d'excitation. Ces niveaux semblent assez fortement excités et produisent des particules α dont l'énergie est voisine de celle des α attribués à ${}^7\text{Li} (d \alpha) {}^5\text{He}$. La méthode utilisée pour déterminer les distributions angulaires risquerait alors d'introduire des erreurs importantes.

Nous avons donc repris nos calculs en faisant intervenir 3 niveaux. Nous avons constaté qu'en choisissant $J_a^\pi = 3/2^-$ on pouvait obtenir des ordres de grandeur corrects pour les coefficients B_L tout en satisfaisant la condition imposée par la corrélation angulaire entre première et deuxième étape et que, de plus, on avait automatiquement $B_4 \equiv 0$ dans la région du niveau "a". L'hypothèse $J_a^\pi = 5/2^-$ s'est révélée moins favorable : il nous a été impossible d'obtenir simultanément l'ordre de grandeur du coefficient B_2 , une valeur correcte du coefficient de corrélation angulaire et l'annulation de B_4 (très petit expérimentalement), ceci tout au moins, dans la gamme assez large de variation des paramètres qui a été explorée.

Nous avons donc retenu $J_a^\pi = 3/2^-$. Le calcul montre que B_0 calculé ne représente pas très bien les points expérimentaux entre les résonances "a" et "b", sauf si on fait intervenir un terme d'interférence en B_0 sur les niveaux "b" et "c", ce qui nous a conduit à prendre $J_b^\pi = J_c^\pi$. Les deux niveaux "b" et "c" seront alors traités globalement par des éléments de matrice à deux niveaux.

L'hypothèse $J_a^\pi = J_b^\pi = 7/2^+$ étant incompatible avec $J_a^\pi = 3/2^-$ (car alors $B_1 \equiv 0$ dans toute la gamme d'énergie) il ne nous restait que les possibilités suivantes :

$$J_a^\pi = 3/2^- \quad J_b^\pi = J_c^\pi = 3/2^+ \quad \text{ou} \quad 5/2^+$$

(Une autre raison d'éliminer l'hypothèse $J^\pi = 7/2^+$ pour le niveau "b" est donnée par la réaction ${}^7\text{Li} (dp) {}^8\text{Li}$ $Q = - 0,192 \text{ MeV}$.)

Les mesures de BAGGETT et BAME [Ba 52] et BASHKIN [Ba 54] montrent l'existence d'une résonance bien marquée correspondant au niveau "b". L'hypothèse $7/2^+$ pour ce niveau entraînerait un moment orbital $l_p \geq 2$ pour les protons, émis avec une énergie cinétique très faible. Compte tenu de la valeur de la pénétrabilité pour $l = 2$ cette hypothèse nous semble peu probable).

Nous avons fait un certain nombre d'essais avec ces deux séquences de niveaux. Compte tenu des limitations apportées par la corrélation angulaire et par $A_4 = 0$, les meilleurs résultats ont été obtenus pour $J_a^\pi = 3/2^-$ et $J_b^\pi = J_c^\pi = 3/2^+$.

Bien que moins favorable, la séquence $J_a^\pi = 3/2^-$; $J_b^\pi = J_c^\pi = 5/2^+$ ne peut être exclue complètement.

Les valeurs calculées des coefficients B_0 B_1 B_2 et B_3 sont représentées sur la fig. 23.

On peut faire les remarques suivantes sur la variation des coefficients calculés :

- B_0 s'éloigne des valeurs expérimentales pour $E_d < 0,6$ MeV.
- sur B_1 , il y a un décalage dans la région située entre 0,8 et 1 MeV et, au dessus de 1,5 MeV, la courbe calculée décroît alors que les points expérimentaux continuent à croître.
- E_2 a une allure correcte, mais la variation de B_3 n'est pas assez marquée.

X-6 Analyse avec 4 niveaux

Pour améliorer le comportement de B_1 au dessus de 1,5 MeV, nous avons introduit des éléments R^0 constants dans la matrice à deux niveaux représentant les résonances "b" et "c". Ces éléments R^0 changent le déphasage relatif des éléments de la matrice U se rapportant aux niveaux "a" et "b c" et réagissent essentiellement sur les termes B impairs d'interférence entre ces niveaux. Nous avons introduit $R_d^0 l_d=0$, $R_d^0 l_d=1$, $R_d^0 l_d=2$ dans la voie d'entrée et $R_a^0 l_a=1$ dans la voie de sortie. $R_{a1_a}^0$ a été fixé pour obtenir un déphasage convenable et les trois autres éléments R_d^0 ont été considérés comme des paramètres ajustables. Pour améliorer le comportement de la partie basse énergie de B_0 calculé, nous avons introduit une contribution résonante située à plus basse énergie, dans une région que nous n'avons pas pu attendre expérimentalement. Nous n'avons, pour cet état éventuel, que très peu de renseignements car sa présence ne se manifeste que par une influence assez éloignée sur les niveaux visibles dans la gamme d'énergie étudiée. Nous avons cependant fait des essais en supposant l'existence de cette contribution à basse énergie qui, par commodité, sera notée "niveau f".

Le meilleur accord a été obtenu avec une contribution de spin $3/2$ et de parité négative située vers 0,3 MeV. Cependant, l'hypothèse $J_f^\pi = 5/2^-$ donne des résultats presque comparables.

En plus de B_0 , le "niveau f" améliore le comportement de B_1 en renforçant l'interférence entre niveaux de parités positive et négative.

Ce "niveau f" ne peut être assimilé au niveau signalé à 0,36 MeV (énergie d'excitation de ^9Be : 16,97 MeV), car ce dernier a une largeur de l'ordre de 0,5 keV et un spin isotopique $T = 3/2$. (état analogue du premier état excité de ^9Li), alors que les niveaux de ^9Be excités par la réaction $^7\text{Li} (d \alpha) ^5\text{He}$ ont certainement un spin isotopique $T = 1/2$.

(Cependant, GRIFFITHS [44] fait remarquer que l'attribution $T = 3/2$ au niveau "a" expliquerait que les sections efficaces $^7\text{Li} (dn) ^8\text{Be}$ et $^7\text{Li} (dp) ^8\text{Li}$ soient comparables malgré la grande différence d'énergie cinétique disponible dans ces deux réactions et la barrière coulombienne s'opposant à l'émission des protons. Dans l'hypothèse $T = 3/2$, la réaction $^7\text{Li} (dp) ^8\text{Li}$ serait permise par les lois de conservation du spin isotopique tandis que $^7\text{Li} (dn) ^8\text{Be}$ ne se produirait que grâce à une impureté $T = 1/2$ du niveau de ^9Be).

Les résultats obtenus avec 4 niveaux et la séquence ($3/2^-$ $3/2^-$ $3/2^+$ $3/2^+$) sont représentés sur la figure 24.

Dans les mêmes conditions nous avons calculé la valeur du coefficient A de la corrélation angulaire. Sa variation en fonction de l'énergie est représentée figure 25.

X-7 Valeurs des paramètres

La section efficace de la réaction $^7\text{Li} (d \alpha) ^5\text{He}$ n'a été mesurée qu'en valeur relative. Les largeurs partielles déduites de l'analyse sont déterminées à un facteur de normalisation près. De plus, la section efficace de réaction n'est sensible qu'au produit des largeurs partielles dans la voie d'entrée et dans la voie de sortie. Pour chaque niveau nous avons pris comme référence une largeur partielle dans la voie d'entrée et une largeur partielle dans la voie de sortie et nous avons déterminé les autres largeurs partielles par rapport à cette référence.

On peut remarquer que pour "a" et "f" le rapport des largeurs partielles dans la voie d'entrée pour $l_d = 2$ à la largeur partielle pour $l_d = 0$ est assez grand. La présence d'ondes partielles $l_d = 2$ est indispensable pour rendre correctement l'allure du coefficient B_2 . Comme à 0,7 MeV le rapport des pénétrabilités $P_{l=2}$ à $P_{l=0}$ est de l'ordre de 3% et que c'est la quantité $\Gamma = 2 P \gamma^2$ qui intervient dans la section efficace, les $\gamma_{l=2}$ devront être grands pour avoir un effet notable.

Niveau :	Energie de résonance E_r (MeV) Lab.	J^π	Excitation ^9Be (MeV)	Largeur totale Γ à E_r (MeV)	$\gamma_d l=2 s=1/2$	$\gamma_d l=2 3/2$	$\gamma_d l=2 5/2$	$\gamma_\alpha l=2 3/2$
					$\gamma_d l=0 s=3/2$	$\gamma_d l=0 3/2$	$\gamma_d l=0 3/2$	$\gamma_\alpha l=0 3/2$
a	0,707	$3/2^-$	17,24	0,215	17,73	2,32	- 2,0	0,256
f	0,285	$3/2^-$	16,91	0,250	0,555	5,26	11,61	0,128
					$\gamma_d l=1 1/2$	$\gamma_d l=1 5/2$		$\gamma_\alpha l=3 3/2$
					$\gamma_d l=1 3/2$	$\gamma_d l=1 3/2$		$\gamma_\alpha l=1 3/2$
b	1,04	$3/2^+$	17,50	0,105	- 0,527	- 1,38		0,30
c	2,18	$3/2^+$	18,39	0,980	- 0,135	0,144		0,159

X-8 Nombre de paramètres considérés comme grandeurs ajustables

Pour chaque niveau, nous avons ajusté les valeurs de :

E_r : l'énergie de résonance

Γ : largeur totale

γ_{1s} : les différentes largeurs partielles. En fait, la section efficace n'étant sensible qu'au produit $\gamma_d \gamma_\alpha$, le nombre de paramètres ajustables est égal au nombre de largeurs partielles diminué d'une unité pour chaque niveau.

R° : nous avons introduit 3 paramètres R° , ajustables dans la voie d'entrée (L'élément R° dans la voie de sortie a été fixé).

Pour le niveau "c", la valeur de E_r a été fixée après un premier ajustement, car elle n'était pas critique à condition d'ajuster la largeur total Γ_c .

Au total, nous avons utilisé 28 paramètres ajustables pour essayer de reproduire les variations de B_0 , B_1 , B_2 et B_3 , représentant 200 points expérimentaux. (Le nombre formel de paramètres introduits par la théorie de la matrice R serait dans notre cas égal à 56 si nous n'avions pas introduit d'hypothèses simplificatrices).

Le nombre de paramètres nécessités par cette analyse est évidemment très grand aussi, il est intéressant de les utiliser dans une autre voie de sortie de ${}^7\text{Li} + d$ en n'introduisant qu'un très petit nombre de paramètres supplémentaires.

FORD [Fo 64] a publié des résultats de diffusion élastique ${}^7\text{Li}$ (dd) ${}^7\text{Li}$ en valeur absolue dans la gamme d'énergie qui nous intéresse. Nous avons reporté les valeurs de paramètres de la voie deutéron déterminés par la réaction (d, α) dans une analyse de la diffusion élastique, cette opération ne demandant qu'un paramètre ajustable de normalisation par niveau.

XI - ETUDE DE LA DIFFUSION ELASTIQUE ${}^7\text{Li}$ (dd) ${}^7\text{Li}$

XI-1 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux sont ceux qui ont été publiés par FORD [Fo 64]. Ils sont constitués par 3 fonctions d'excitation mesurées en valeur absolue entre 0,4 et 1,8 MeV pour les angles 90° , $125^\circ 16'$; et $140^\circ 46'$ CM, zéros des premiers polynômes de LEGENDRE.

FORD a essayé d'analyser ses résultats dans le même formalisme avec deux niveaux correspondant aux états que nous avons appelé "a" et "b", en prenant des moments orbitaux $l_d = 0$ en "a" et $l_d = 1$ en "b". Il n'a pu obtenir de résultats satisfaisants quels que soient J_a^π et J_b^π . Il attribue ses difficultés soit à l'influence de niveaux situés à plus haute énergie soit à un fond continu (ce qui peut correspondre au "niveau c") et au fait d'avoir négligé les phénomènes d'interaction directe.

De plus, il a constaté que la section efficace de diffusion élastique mesurée tend à devenir plus petite que la section efficace de diffusion coulombienne pour des énergies incidentes inférieures à 0,85 MeV. (On peut signaler que RENKEN [Re 63] a observé le même phénomène en étudiant la diffusion élastique des deutérons de basse énergie sur le noyau ${}^9\text{Be}$).

XI-2 Formalisme utilisé pour étudier la diffusion élastique

Pour nos calculs, nous avons utilisé l'expression de la section efficace différentielle de diffusion élastique établie par LANE et THOMAS [La 58 - CH VIII].

Pour une voie d'entrée notée (α, s) et une voie de sortie $(\alpha' s')$, LANE et THOMAS donnent l'expression :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} (\alpha s, \alpha' s') &= \pi \chi_{\alpha}^2 |C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'})|^2 \delta_{\alpha s, \alpha' s'} \\ &+ \frac{\chi_{\alpha}^2}{2s+1} \sum_L B_L P_L(\cos \theta_{\alpha'}) \\ &+ \frac{\chi_{\alpha}^2}{2s+1} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sum_{J_1} (2J_1+1) {}^2R_e \left[i {}^{J_1*}_{\alpha' s' 1', \alpha s 1} C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'}) \right] P_1(\cos \theta_{\alpha'}) \delta_{\alpha' s', \alpha s} \end{aligned}$$

Pour un faisceau non polarisé, la section efficace observée s'obtient en faisant la somme sur s' et la moyenne sur s , ce qui donne, en explicitant les coefficients B_L :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} (\alpha, \alpha') &= \pi \chi_{\alpha}^2 |C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'})|^2 \delta_{\alpha\alpha'} \\ &+ \frac{\chi_{\alpha}^2}{(2I_p+1)(2I_c+1)} \sum_{ss'} \frac{(-)^{s-s'}}{4} \sum_L P_L(\cos \theta_{\alpha'}) \\ &\sum_{J_1 J_2} \sum_{1_1 1_2} \sum_{1'_1 1'_2} \bar{Z}(1_1 J_1 1_2 J_2 ; s1) \bar{Z}(1'_1 J_1 1'_2 J_2 ; s'L) \\ &{}^{J_1*}_{T_{\alpha' s' 1', \alpha s 1}} {}^{J_2}_{T_{\alpha' s' 1'_2, \alpha s 1_2}} + \frac{\chi_{\alpha}^2}{(2I_p+1)(2I_c+1)} \sqrt{\pi} \\ &\sum_{J_1 s} (2J_1+1) {}^2R_e i {}^{J_1*}_{\alpha s 1, \alpha s 1} C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'}) P_1(\cos \theta_{\alpha'}) \delta_{\alpha\alpha'} \end{aligned}$$

Dans les expressions précédentes, $C_{\alpha}, (\theta_{\alpha})$ est l'amplitude de diffusion coulombienne :

$$C_{\alpha}, (\theta_{\alpha}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{\eta_{\alpha}}{\sin \frac{\theta_{\alpha}}{2}} e^{-2i\eta_{\alpha} \log \sin \frac{\theta_{\alpha}}{2}}$$

où θ_{α} est l'angle de diffusion (dans le CM)

$$\text{et } \eta_{\alpha} = \frac{Z_p Z_c e^2}{\hbar v_{\alpha}}$$

R_e signifie "partie réelle".

et les éléments T^J ont la forme :

$$T_{\alpha's'l', \alpha sl}^J = e^{2i\omega_{\alpha'l'}} \delta_{\alpha's'l', \alpha sl} - U_{\alpha's'l', \alpha sl}^J$$

Les U^J sont les éléments de matrice de collision. Avec l'hypothèse R° diagonal et une forme à deux niveaux λ et μ ces éléments s'écrivent :

$$U_{s'l', sl}^{J\pi} = e^{2i(\omega_l - \phi_l)} \delta_{ss'} \delta_{ll'} + e^{2i(\omega_l - \phi_l)} 2i P_l \left[(1 - R^{\circ} L^{\circ})^{-1} R^{\circ} \right]_{sl} \delta_{ss'} \delta_{ll'}$$

$$+ e^{i(\omega_l - \phi_l)} \sum_{\lambda\mu} 2i P_l^{1/2} (1 - R^{\circ} L^{\circ})_{sl}^{-1} \gamma_{\lambda sl} (1 - R^{\circ} L^{\circ})_{s'l'}^{-1} \gamma_{\mu s'l'} P_l^{1/2}$$

$$\times A_{\lambda\mu} e^{i(\omega_l - \phi_l)}$$

En diffusion élastique avec des éléments R° diagonaux on peut avoir des contributions potentielles correspondant à des moments angulaires totaux J_P non résonants. Les éléments de matrice correspondants seront notés $T_{s,1}^{J_P}$ et sont de la forme :

$$T_{s,1}^{J_P} = e^{2i\omega_1} \left\{ 1 - e^{-2i\phi_1} \left[1 + 2i P_1 (1 - R_P^\circ L^\circ)^{-1} R_P^\circ \right]_{s,1} \right\}$$

De plus, pour introduire le minimum de paramètres, nous faisons l'hypothèse que les éléments R_P° des termes non résonants ne dépendent que des moments orbitaux l et sont indépendants du spin de voie s et du moment total J .

Dans la voie deutéron + ${}^7\text{Li}$, qui seule nous intéresse ici, nous limiterons les l à la valeur 2 à cause de la faible valeur de l'énergie incidente utilisée dans l'expérience.

Les valeurs de J_P seront limitées par la relation :

$$|s - 1| \leq J_P \leq s + 1 \text{ soit ici } \frac{1}{2} \leq J_P \leq \frac{9}{2}$$

Les éléments T_P^J donnant des contributions purement potentielles seront définis par la donnée de $R_{l=0}^\circ$, $R_{l=1}^\circ$, $R_{l=2}^\circ$. Ces quantités n'interviennent pas dans la réaction $(d\alpha)$ et seront considérées comme des paramètres dans l'analyse de la diffusion élastique. Ils ne seront introduits que dans la mesure où ils s'avèreront indispensables.

Les éléments de matrice correspondant à des J résonants seront notés T^{JR} . Ils ont la forme complète donnée précédemment et contiennent les éléments R° résonants définis en réaction $(d\alpha)$.

Nous aurons dans la section efficace, des termes dûs à la diffusion coulombienne, des termes potentiels (provenant des T^{J_P} et de la partie potentielle des T^{J_R}) des termes résonants et les termes d'interférence entre ces trois types de diffusion.

Les approximations permettant le calcul des éléments de la matrice U sont les mêmes que celles qui ont été faites pour étudier la réaction ${}^7\text{Li} (\alpha) {}^5\text{He}$.

XI-3 Résultats de l'analyse en diffusion élastique et discussion

Nous avons tout d'abord reporté dans la diffusion élastique les paramètres trouvés pour la voie d'entrée dans l'étude de la réaction $(\alpha\alpha)$ (avec un paramètre de normalisation par niveau, pour tenir compte de la valeur absolue de la section efficace de diffusion). Nous avons pu constater que la partie potentielle de la section efficace calculée était bien supérieure à la valeur expérimentale et qu'une interférence entre diffusions potentielle et résonante ne pouvait pas abaisser suffisamment la section efficace calculée en dessous de 0,85 MeV.

Sortant du cadre de la matrice R , nous avons remplacé les déphasages de sphère dure par des déphasages de potentiel optique, plus réalistes. Pour cela, nous avons utilisé un programme de type MELKANOFF, mis au point par M.J. SALVY. Dans la partie centrale du potentiel, de type WOOD-SAXON, nous avons introduit les paramètres obtenus par MADDISON [Ma 62] pour la diffusion des deutérons sur le lithium à 2 MeV. Nous avons obtenu une diffusion potentielle inférieure à la diffusion produite par une sphère dure mais elle restait encore supérieure à la section efficace expérimentale, même en faisant varier les paramètres dans une large gamme. La section efficace minimum a été obtenue avec les paramètres de MADDISON, l'introduction d'un terme de couplage spin-orbite et d'autres effets plus secondaires ne modifiant pas notablement les résultats. Les courbes (fig. 26, 27, 28) montrent la diffusion potentielle obtenue avec un déphasage de sphère dure et avec le potentiel optique de MADDISON ($V = 40$ MeV et $W = 8$ MeV).

Revenant au formalisme de la matrice R , nous avons cherché quels éléments R_{cc}° il fallait introduire pour obtenir un effet équivalent au modèle optique et nous avons constaté qu'il fallait tenir compte d'un terme $T_{J^P}^{\circ}$ ($l=0$) défini pour R_{dd}° ($l=0$) égal à 0,2.

En augmentant R_{dd}° ($l=0$) jusqu'au voisinage de l'unité, on peut obtenir une diffusion potentielle compatible avec les données expérimentales aux 3 angles de mesure. Cette opération se traduit par l'introduction d'un fort terme d'interférence entre la diffusion potentielle pure représentée par $T_{J^P}^{\circ}$ ($l=0$) et la diffusion coulombienne.

Une deuxième difficulté est apparue pour reproduire le décrochement des fonctions d'excitations à 125° et 140° dans la région de la résonance "b". Dans un formalisme simple, sans terme R° , l'interférence entre termes potentiels et résonants a tendance à compenser le terme résonant pur. Les termes R° introduits, en déphasant la partie potentielle et la partie purement résonante des éléments de matrice $T_{J^R}^{\circ}$ améliorent le résultat, mais le déphasage reste insuffisant. Nous avons pensé à augmenter le rayon d'interaction de la voie d'entrée qui agit sur le déphasage de sphère dure mais son action jusqu'à $a_d = 8 F$ reste faible pour les ondes $l_d = 1$ qui interviennent en b à cause de l'importance du déphasage coulombien.

Nous avons alors cherché un terme pouvant expliquer le déphasage de l'ordre de 30° nécessaire pour avoir un accord acceptable. Cette phase peut être le reflet des approximations consistant à :

- prendre R° diagonale (ce qui est incorrect s'il y a des effets d'interaction directe, très plausibles en diffusion élastique)
- prendre $R^{\circ Pot}$ indépendant de J^{π} et du spin de voie
- prendre $R^{\circ Res}$ indépendant du spin de voie
- ne pas tenir compte des voies ouvertes éliminées (ce qui introduit une partie imaginaire dans R° [La 58 Ch. X]).

- négliger les termes non diagonaux $A_{\lambda\mu}$ de la matrice de niveaux

Nous avons essayé de rendre compte du déphasage nécessaire de 30° par un terme $A_{\lambda\mu}$ non diagonal pour l'état "b-c". La variation avec l'énergie des composantes $\Delta_{\lambda\mu}$ et $\Gamma_{\lambda\mu}$ de $A_{\lambda\mu}$ est représentée sur la figure 29. Cette variation semble avoir une allure normale mais on ne peut pas la calculer directement car il faudrait connaître les paramètres de toutes les voies. La correction en module apportée aux éléments de matrice de collision par le terme non diagonal $A_{\lambda\mu}$ est faible et peut être compensé par la constante de normalisation.

Les résultats obtenus en reportant dans les formules de diffusion élastique les paramètres de la réaction (d α) et en introduisant $A_{\lambda\mu}$ sont représentés sur les figures 30-31-32 pour 90° , 125° et 140° , en même temps que les valeurs expérimentales de FORD.

Si l'accord entre calcul et expérience est loin d'être parfait, on n'en retrouve pas moins, aux trois angles, des variations qui présentent des analogies certaines, et ceci en n'introduisant qu'un petit nombre de paramètres supplémentaires.

Un ajustement plus précis aurait sans doute pu être obtenu en faisant une minimisation de χ^2 avec tous les paramètres simultanément sur la diffusion élastique (d,d) et la réaction (d α) mais ceci aurait dépassé nos moyens de calcul et le temps dont nous disposions.

L'élément non diagonal $A_{\lambda\mu}$ n'avait pas été indispensable pour analyser la section efficace de la réaction (d, α). Par souci d'homogénéité dans l'analyse simultanée de la diffusion élastique et de la réaction (d α), nous avons réintroduit $A_{\lambda\mu}$ dans l'expression de la section efficace de réaction (d α) et nous avons retrouvé des résultats comparables aux précédents simplement en modifiant la valeur de R_α^0 $l=1$ introduit dans la voie de sortie pour le niveau "b-c".

XI-4 Paramètres déduits de l'analyse de la réaction ${}^7\text{Li} (\alpha) {}^5\text{He}$ et de la diffusion ${}^7\text{Li} (d,d) {}^7\text{Li}$

L'analyse de la réaction (α) nous a fourni le produit de deux largeurs partielles de la voie d'entrée et de la voie de sortie (en valeur relative) et le rapport des largeurs partielles, pour chaque niveau.

L'analyse en diffusion élastique (dd) nous permet de déterminer les largeurs partielles dans la voie $({}^7\text{Li} + d)$ en valeur absolue (avec une indétermination liée à la qualité de l'accord entre courbes expérimentales et courbes calculées et aux diverses approximations). Une évaluation de la section efficace de la réaction ${}^7\text{Li} (\alpha)$ en valeur absolue nous permettra d'avoir les largeurs partielles de la voie de sortie $(\alpha + {}^5\text{He})$.

Pour normaliser nos mesures de réaction $(d \alpha)$ nous disposons de 3 sources de renseignements :

- Les mesures de MANALIS et HENKEL [Ma 64] entre 175 et 300 keV, qui sont en dehors de notre propre gamme de mesures, mais nous intéressent par leur extrapolation.
- Les mesures de PAUL et KOHLER [Pa 63] dont on peut déduire une valeur absolue de 120 mb à 1,9 MeV à condition de supposer une distribution angulaire isotrope.
- Les mesures de BILWES-BOUROTTE [Bi 69] qui donne une section efficace intégrée de (240 ± 60) mb à 1,88 MeV. Cette dernière valeur a été trouvée en prenant comme référence la section efficace de la réaction ${}^6\text{Li} (\alpha) \alpha$ donnée par les mesures de JERONYMO [Je 62]. Mais, JERONYMO a certainement mesuré la section efficace de production d' ${}^4\text{He}$ et non la section efficace de réaction qui est deux fois plus faible.

Dans des mesures en valeur absolues, faites par ailleurs, sur la réaction ${}^6\text{Li} (d \alpha) \alpha$, nous trouvons des valeurs en accord avec celles de PFEIFFER [Pf 62] et sensiblement égales à la moitié des valeurs données par JERONYMO.

Pour normaliser la section efficace de la réaction $(d\alpha)$ nous prendrons donc la moitié de la valeur trouvée par BILWES-BOUROTTE, soit 120 mb, valeur en accord d'autre part avec les chiffres donnés par PAUL et KOHLER.

Nous avons rassemblé dans les tableaux suivants les valeurs de paramètres que nous proposons à la suite de cette étude.

- θ_{1s}^2 est le rapport de la largeur partielle à la limite de WIGNER

$$\theta_{1s}^2 = \gamma_{1s}^2 \bigg/ \frac{3}{2} \frac{\hbar^2}{\mu a^2} \quad (\mu \text{ est la masse réduite et } a \text{ le rayon d'interaction})$$

- La présence d'éléments de matrice R^0 entraîne une renormalisation entre les $\gamma_{\lambda c}$ définis par la théorie et les largeurs réduites "observées"

$\tilde{\gamma}_{\lambda c}$

$$\tilde{\gamma}_{\lambda c} = \frac{\gamma_{\lambda c}}{\sqrt{(1 - R_{cc}^0 S_c^0)^2 + (R_{cc}^0 - P_c)^2}}$$

La largeur totale d'un niveau, prise comme paramètre, est obligatoirement une largeur "observée" et on ne peut lui comparer que des largeurs partielles "observées" définies par $\tilde{\gamma}_{\lambda c} = 2 P_c \tilde{\gamma}_{\lambda c}^2$.

Niveau	E excité (MeV)	E _r (lab) (MeV)	J ^π	Γ _{CM} (MeV)	Voie d'entrée		Voie de sortie	
					larg. partiel.	θ ² : γ ^{ls} (keV)	larg. partiel.	θ ² : γ ^{ls} (keV)
a	17,24	0,707	3/2 ⁻	0,215	γ(1= 0 3/2)	0,214	γ(1= 0 3/2)	0,004
						16	-0,0747	65
					γ(1= 2 1/2)	3,8	γ(1= 2 3/2)	0,00026
						106	-0,0192	3,9
b	17,50	1,04	3/2 ⁺	0,105	γ(1= 2 3/2)	0,498		
						1,8		
					γ(1= 2 5/2)	-0,428		
						1,3		
c	18,39	2,18	3/2 ⁺	0,98	γ(1= 1 1/2)	0,135	γ(1= 1 3/2)	0,0035
						4,8	0,0709	12,3
					γ(1= 1 3/2)	0,24	γ(1= 3 3/2)	0,0003
						17,3	0,021	3,9
f	16,91	0,285	3/2 ⁻	0,250	γ(1= 1 5/2)	-0,333		
						0,038		
					γ(1= 1 1/2)	0,0062	γ(1= 1 3/2)	0,073
						12,5	-0,32	245
f	16,91	0,285	3/2 ⁻	0,250	γ(1= 1 3/2)	-1,0	γ(1= 3 3/2)	0,051
						686	0,018	26
					γ(1= 1 5/2)	-0,144		
						14,2		
f	16,91	0,285	3/2 ⁻	0,250	γ(1= 0 3/2)	0,30	γ(1= 0 3/2)	0,119
						0,031	0,16,3	164
					γ(1= 2 1/2)	0,166	γ(1= 2 3/2)	0,0152
						0,0092	0,03	2,4
f	16,91	0,285	3/2 ⁻	0,250	γ(1= 2 3/2)	1,57		
						0,842	3	
					γ(1= 2 5/2)	3,48		
						4,14	14,7	

Eléments R° et conditions de liaison B_c

	l_d	R°	B_c
Niveaux $3/2^-$	0	0,3	- 0,7
	2	- 0,5	- 2,1
Niveaux $3/2^+$	1	0,94	- 1
	1	0,37	- 0,05
Terme potentiel	0	1,02	- 1

Les résultats appellent deux remarques :

- nous obtenons deux largeurs partielles, $\gamma_{1=2}^2$ pour le niveau "a" et $\gamma_{1=2}^2$ pour le "niveau f", qui dépassent la limite de WIGNER

$$3/2 \frac{\hbar^2}{\mu a_d^2} .$$

- les éléments R_{cc}° introduits sont relativement grands et assez voisins de l'unité.

D'après LEJEUNE et MAHAUX [Le 70] les largeurs réduites dépendent sensiblement des conditions de liaison à moins que les éléments R° introduits ne soient très petits ; on peut diminuer ces éléments en choisissant le rayon d'interaction dans les voies ouvertes de sorte que le déphasage de sphère dure soit égal au déphasage potentiel expérimental. Dans ces conditions, on considère le rayon d'interaction comme un paramètre qui n'est pas directement relié aux dimensions du noyau. Dans cette optique nous n'avons pas choisi la meilleure valeur du rayon d'interaction. Des essais partiels avec $a_d = 6 F$ ont montré que la qualité de l'accord n'est pas changée sensiblement tant que $\Gamma_{\lambda c} = 2 P_c \gamma_{\lambda c}^2$ reste constant.

En admettant que $\Gamma_{l=2}^a$ reste constant, $\theta_{l=2}^2$ pour le niveau "a" devient voisin de 1 pour une valeur du rayon d'interaction a_d de l'ordre de 6F, car, à basse énergie la pénétrabilité pour $l = 2$ varie plus vite en fonction de a_d que la limite de WIGNER.

Il en est de même pour $\theta_{l=2}^2$ relatif au "niveau f".

Cette remarque montre qu'il faut faire preuve de la plus grande prudence pour extraire des paramètres de niveaux à partir de résultats expérimentaux et montre aussi l'importance du choix du rayon d'interaction dans la théorie de la matrice R.

La séquence de niveaux proposés

$$J_f^\pi = 3/2^- ; J_a^\pi = 3/2^- ; J_b^\pi = 3/2^+ ; J_c^\pi = 3/2^+$$

n'est certainement pas la seule possible.

En particulier, comme nous l'avons déjà signalé, l'attribution $J_f^\pi = 5/2^-$ donne des résultats presque comparables à l'hypothèse $J_f^\pi = 3/2^-$.

Le manque de précisions expérimentales sur le "niveau c" ne permet pas d'éliminer la possibilité $J_c^\pi = 5/2^+$ qui n'a pu être étudiée complètement. L'hypothèse $J_b^\pi = 5/2^+$; bien qu'un peu moins favorable que $J_b^\pi = 3/2^+$ dans la gamme considérée de variation des paramètres ne peut être exclue formellement. Cependant la séquence ($J_b^\pi = 3/2^+ ; J_c^\pi = 3/2^+$) est celle qui nous a donné le plus facilement les meilleurs résultats compte tenu des éléments dont nous disposions.

X-5 Extension possible

On peut envisager de reprendre ces calculs dans le formalisme de la matrice S (Formalisme des résonances à énergie complexe).

Parmi les développements de S, HUMBLET [Hu 64] donne une expression de l'élément de matrice de transition où il utilise un facteur de pénétration P défini comme en matrice R. LEJEUNE [Le 67] montre que cette définition convient mieux à la gamme d'énergie qui est la nôtre que les développements valables près d'un seuil de réaction ou à plus haute énergie.

L'élément de matrice de transition s'écrit :

$$T_{c'c}^J = \Omega_{c'} \Omega_c \left\{ \delta_{c'c} + P_{c'}^{1/2} P_c^{1/2} \left[Q_{c'c}^{-i} \sum_n q_n \frac{O_{c'n} O_{cn}}{\sqrt{x_{c'n} a_c x_{cn} a_c}} \right. \right. \\ \left. \left. e^{i\zeta_{c'n}} \frac{\Gamma_{c'n}^{1/2} \Gamma_{cn}^{1/2}}{E - \epsilon_n} e^{i\zeta_{cn}} \right] \right\}$$

$$\epsilon_n = E_n - \frac{i}{2} \Gamma_n$$

L'indice n caractérise une résonance et les grandeurs affectées de cet indice sont des constantes.

Alors que dans la matrice R les éléments R_{cc}^* , représentent le fond continu et le déphasage par rapport au potentiel de sphère dure, ces rôles sont ici séparés dans $Q_{c,c}$ et ζ_{cn} ce qui permet un ajustement plus souple. D'autre part, un fond $Q_{c,c}$ non diagonal est certainement plus facile à manipuler que des éléments $R_{c,c}^*$ non diagonaux.

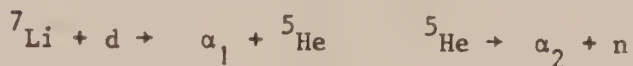
.../...

L'utilisation de la matrice S conduirait dans notre cas à un nombre de paramètres effectifs sensiblement égal à celui que nous avons utilisé.

XII - CONCLUSION

Cette étude a porté sur la réaction ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha + \alpha + n$ dans la gamme d'énergie incidente disponible sur un Van de Graaff 2 MeV.

La cinématique des réactions à trois corps dans la voie de sortie et l'étude des spectres obtenus par coïncidence entre les deux particules α émises montre que le phénomène prépondérant, dans nos conditions expérimentales, est dû à une réaction séquentielle dont l'étape intermédiaire est le niveau fondamental de ${}^5\text{He}$.



On représente l'interaction dans l'état final correspondant à la formation de ${}^5\text{He}$ par une forme de BREIT-WIGNER et on évalue dans les spectres à un seul détecteur ("Spectres-libres") la partie qu'il est possible d'attribuer aux particules α_1 émises lors de la première étape. On en déduit des mesures de distribution angulaire de la réaction : ${}^7\text{Li} + d \rightarrow \alpha_1 + {}^5\text{He}$.

L'étude de cette première étape et de la corrélation angulaire entre les particules α_1 et α_2 émises dans chacune des deux étapes de la réaction permet de calculer la forme des spectres observés en coïncidence entre un détecteur fixe et un détecteur mobile qui explore une portion d'espace englobant la région cinématiquement permise pour la désintégration de ${}^5\text{He}$ dans son état fondamental. Le calcul permet de retrouver les spectres expérimentaux avec une précision suffisante pour confirmer le mécanisme de réaction supposé et montrer la faible influence du premier état excité de ${}^5\text{He}$ qui, dans cette réaction, n'a jamais pu être mis en évidence sans ambiguïté.

Les mesures de distribution angulaire de la première étape suggèrent un mécanisme de noyau composé et nous avons tenté de déterminer les caractéristiques des niveaux de ^9Be excités dans la gamme d'énergie expérimentale en analysant nos résultats dans le formalisme de la matrice R.

Les résonances observées se recouvrent partiellement et sont superposées à un fond qu'on peut attribuer à l'influence de niveaux situés hors de la zone d'expérience. Pour obtenir un bon accord avec les mesures, nous devons introduire obligatoirement des ondes partielles $l = 2$ dans la voie d'entrée (malgré la faible énergie incidente) et tenir compte de quatre contributions résonantes en faisant appel à des éléments de matrice à deux niveaux contenant des termes de fond continu.

Nous proposons pour deux des niveaux observés les caractéristiques suivantes :

Energie de résonance E_r (MeV) Lab.	Energie d'excitation E^* (MeV) CM	J^π	Largeur totale Γ (MeV)
0,707	17,24	$3/2^-$	0,215
1,04	17,50	$3/2^+$	0,105

Avec plus de réserves, à cause du manque de données expérimentales nous proposons pour les deux autres contributions résonantes introduites les caractéristiques.:

E_r (MeV) Lab	E^* (MeV) CM	J^π	Γ (MeV)
$\sim 2,18$	18,39	$(\frac{3}{2} \text{ ou } \frac{5}{2})^+$	$\sim 0,98$
$\sim 0,285$	16,91	$(\frac{3}{2} \text{ ou } \frac{5}{2})^-$	$\sim 0,25$

.../...

Par ailleurs nous avons reporté les valeurs des paramètres déterminés par la réaction ${}^7\text{Li} (d \alpha) {}^5\text{He}$ dans une analyse des résultats expérimentaux de ${}^7\text{Li} (d d) {}^7\text{Li}$ publiés par FORD, en ne cherchant à optimiser que les paramètres propres à la diffusion élastique et sans retoucher aux valeurs déterminées par la réaction ${}^7\text{Li} (d \alpha) {}^5\text{He}$. Dans ces conditions on calcule une section efficace de diffusion élastique dont l'allure générale reproduit dans l'ensemble les données expérimentales.

Malgré le grand nombre de paramètres imposé par le formalisme utilisé, le fait qu'on obtienne des résultats compatibles en réaction ${}^7\text{Li} (d \alpha) {}^5\text{He}$ (compte tenu des contraintes imposées par la corrélation angulaire $\alpha - \alpha$) et en diffusion élastique ${}^7\text{Li} (dd) {}^7\text{Li}$ constitue un argument en faveur des caractéristiques proposées pour les niveaux étudiés (bien que la diffusion élastique soit plus sensible au choix des moments orbitaux l qu'aux moments angulaires totaux J^π proprement dits).

Nous avons cherché à comparer nos résultats aux prévisions données par des modèles nucléaires.

- Modèle en couche :

Dans le cadre de ce modèle, de nombreuses études ont porté sur les noyaux de la couche $1p$ dont fait partie le ${}^9\text{Be}$ [Ku 56] [Co 65] [Ba 61] [Ba 66] [Go 68] [Ad 66].

Ces auteurs ont calculé les niveaux de ${}^9\text{Be}$ de parité négative dans la configuration $(1s)^4 (1p)^5$. (les niveaux dûs à 2 nucléons dans la couche $2s$ ou $1d$ ont une trop forte énergie d'excitation pour perturber les niveaux de faible énergie et leur influence n'a pas été considérée).

Les niveaux de parité positive sont décrits par un coeur ^8Be (état fondamental et premier état excité) auquel on couple un neutron dans les couches 2 s ou 1 d.

Ces différents calculs ont permis de retrouver avec un assez bon accord les caractéristiques des niveaux de basse énergie de ^9Be connus expérimentalement et de faire des prévisions sur des niveaux non observés ou dont les caractéristiques sont encore indéterminées.

Malheureusement dans la plupart des cas, les prévisions de niveaux s'arrêtent au dessous du seuil de la réaction $^7\text{Li} + d$ et ne nous donnent pas de terme de comparaison avec nos résultats. A notre connaissance, seul BARKER [Ba 66] a publié des calculs concernant les niveaux de parité négative de ^9Be au dessus de 17 MeV d'excitation. Dans cette gamme d'excitation, il prévoit la séquence :

J^π ; T	$1/2^-$; $3/2$	$5/2^+$; $3/2$	$5/2^-$; $1/2$	$3/2^-$; $1/2$
E* (MeV)	17,28	17,28	17,59	17,86

Les niveaux $(1/2^- ; 3/2)$ et $(5/2^- ; 3/2)$ situés à la même énergie peuvent correspondre à l'état T = 3/2 signalé à 16,97 MeV par IMHOF [Im 65] (Etat analogue au premier niveau excité de ^9Li).

Les niveaux T = 1/2, bien que décalés en énergie (comme les niveaux T = 3/2) sont compatibles avec les niveaux de parité négative introduits dans notre analyse. Ceci confirmerait l'attribution $J^\pi = 3/2^-$ T = 1/2 proposée pour le niveau à 17,24 MeV et donnerait la préférence à $J^\pi = 5/2^-$ pour le niveau à 16,91 MeV pour lequel nous proposons soit $3/2^-$ soit $5/2^-$.

Il est intéressant de comparer aussi nos résultats aux prévisions théoriques de KUMAR [Ku 71] qui a fait des calculs dans le cadre du modèle en couche pour les noyaux de masse 6 à 9.

Dans la gamme d'énergie qui nous intéresse, il prévoit 3 niveaux de ${}^9\text{Be}$.

:	J ; T	:	$1/2^-$; $3/2$	:	$3/2^-$; $1/2$	:	$5/2^-$; $3/2$	:
:		:		:		:		:
:	E^* (MeV)	:	16,65	:	17,01	:	17,51	:
:		:		:		:		:

Les niveaux $T = 3/2$ du ${}^9\text{Be}$ étant en principe interdit en réaction, ${}^7\text{Li} (d \alpha)$ il est possible que le niveau à 17,01 MeV corresponde à notre niveau à 17,24 MeV (le niveau $T = 3/2$ à 16,65 MeV correspondant au niveau à 16,97 MeV).

Pour les niveaux de parité positive, ADLER prévoit un niveau $11/2^+$ vers 17,8 MeV, mais avec la réaction étudiée ici, il ne pourrait être atteint qu'avec $l_d \geq 3$, ce qui rend peu probable sa mise en évidence à cause de la faible énergie des deutérons incidents.

- Modèle des Clusters.

Ce modèle a été développé en particulier par WILDERMUTH et ASSIMAKOPOULOS [Wi 59], PHILIPPS et TOMBRELLO [Ph 60a] [To 60] et WILDERMUTH et Mc CLURE [Wi 66]. Il est basé sur l'existence de sous structures privilégiées qui sont mises en évidence en particulier dans les noyaux légers et qui permettent d'expliquer certaines propriétés de ces noyaux.

Dans le cadre du modèle en clusters, la grande valeur des largeurs partielles réduites dans la voie $d-^7\text{Li}$ trouvée pour les niveaux de ^9Be de parité négative suggère une structure en cluster ($d-^7\text{Li}$) pour ces niveaux, en accord avec la prévision qu'une forme particulière de cluster à 2 corps à tendance à se produire pour des énergies d'excitation proches de l'énergie de dissociation dans cette forme particulière.

Pour les niveaux de parité positive proposés, la proximité du seuil $^6\text{Li} + T$ suggère un cluster ($^6\text{Li} + T$), qui peut former un niveau $J^\pi = 3/2^+ \quad T = 1/2$ avec un moment orbital relatif $l = 0$. Un argument favorable à cette hypothèse est donné par la valeur élevée (190 mb) de la section efficace de la réaction $^6\text{Li} + t \rightarrow d + ^7\text{Li}$ juste au dessus de la barrière coulombienne [Ho 61], section efficace qui a été interprétée comme un transfert de clusters.

Expérimentalement, le niveau 17,50 MeV n'est pas accessible directement par la voie $^6\text{Li} + T$ car il est en dessous du seuil et le niveau à 18,40 MeV est assez près du seuil pour être masqué en partie par la barrière coulombienne.

PHILIPPS et TOMBRELLO relient le modèle des clusters au modèle en couche en admettant que le modèle à particules indépendantes, qui suppose une force internucléon faible, n'est qu'une approximation trop imparfaite, et que des forces résiduelles favorisent la formation de clusters en couplant des nucléons appartenant à la même couche ou sous couche.

Dans cette optique, les niveaux de parité négative, de structure ($^7\text{Li} + d$) pourraient être vus dans une structure $(1s)^4 (1p)^5$ avec un proton et un neutron dans la couche $1p_{1/2}$.

De même, les niveaux de parité positive, de structure (${}^6\text{Li} + \text{T}$) pourraient avoir une structure $(1s)^3 (1p)^6$, l'énergie d'excitation supérieure à 17 MeV rendant plausible le passage d'un nucléon de la couche (1s) à la couche (1p) et il serait intéressant dans ce dernier cas de voir ce que prévoit le modèle en couche pour des niveaux de structure $(1s)^3 (1p)^6$.

- A N N E X E I -

CORRECTION DE RESOLUTION

La résolution expérimentale en énergie est finie, ce qui se traduit par le fait qu'un spectre physique représenté par un pic très fin sera vu comme un pic ayant une certaine largeur due aux imperfections des mesures.

Les principaux facteurs influant sur la résolution sont :

- la définition de l'énergie incidente,
- l'épaisseur de la cible,
- la dispersion due à l'ouverture de l'angle de détection,
- la résolution du détecteur,
- la résolution de toute la chaîne électronique

Il est assez difficile de calculer l'influence exacte de chacun de ces termes, et nous avons préféré en tenir compte globalement à partir de mesures expérimentales.

La cible utilisée contenant un certain pourcentage (7,4%) de ^6Li , nous pouvons en même temps que la réaction $^7\text{Li} + d$, enregistrer le spectre de la réaction $^6\text{Li} (d, \alpha) ^4\text{He}$, qui produit un pic d' ^4He bien séparé des produits des autres réactions.

Nous avons admis que la largeur expérimentale du pic d' ^4He produit par la réaction $^6\text{Li} (d, \alpha) ^4\text{He}$, était due entièrement aux défauts de résolution, et nous avons pris la forme de ce pic comme fonction de résolution.

Pour éviter une déconvolution délicate, nous avons, à l'aide de cette fonction de résolution, dégradé le spectre $\frac{d^2 \sigma_L}{dE_L d\Omega_L}$ calculé, et l'avons comparé au spectre expérimental brut.

Pour cela, nous avons découpé le spectre calculé en tranches correspondant à la largeur des canaux du spectre expérimental ; nous avons remplacé chaque tranche par la fonction de résolution expérimentale, normalisée de façon que son aire soit égale à l'unité, et sommé canal par canal.

Soit :

n le numéro du canal de largeur Δ_n

$F(n)$ le spectre calculé

$G(j)$ la fonction de résolution qui s'étend de $-j_0$ à $+j_0$; $G(j)$ est normalisé de façon que $\sum_{-j_0}^{+j_0} G(j) = 1$

$\phi(n)$ le spectre corrigé.

Le spectre corrigé peut s'exprimer par la relation :

$$\phi(n) = \sum_{j=-j_0}^{j=+j_0} F(n-j) G(j)$$

- A N N E X E II -

CALCUL DU SPECTRE DE PARTICULES 2 DANS TOUT LE CONE

On veut déterminer la quantité : $\frac{d^2 \sigma^L}{dE_2^L d\Omega_1^L}$

Il est pratique, dans ce cas, de raisonner sur un diagramme de vitesse (figure 33).

Le nombre de particules 2 émises est proportionnel au nombre de particules 4 formées (^5He), soit $I_4 (\theta_4^L) d\Omega_4$ et à la probabilité pour que la particule 4 émette une particule 2 avec une énergie comprise entre E_2^L et $E_2^L + \Delta E_2^L$, soit $I_2 (\alpha) d\Omega_\alpha$.

Lorsque l'on fait varier Q_2 (énergie interne de 4 par rapport à 2 + 3), il faut faire la somme des contributions dûes à chaque ΔQ_2 avec un poids donné par la densité d'état de la particule 4, soit $\rho (Q_2)$.

$$\frac{d^2 \sigma}{dE_2^L d\Omega_1^L} dE_2^L d\Omega_1^L \sim \int_{Q_2} I_4 (\theta_4^L) d\Omega_4 I_2 (\alpha) d\Omega_\alpha \rho (Q_2) dQ_2$$

α étant l'angle d'émission de la particule 2 par rapport à la direction V_4^L .

$I_2 (\alpha)$ exprime que la probabilité d'émission d'une particule 2, à partir de la particule 4, est fonction de l'angle d'émission.

Dans le système de référence (R) lié à la particule 4, avec comme axe de référence la direction d'émission V_4^C de la particule 4, la corrélation angulaire des particules 2 et 3 est :

$f(\theta_2^R) \sim 1 + \sin^2(\theta_2^R)$ A. Dans cette expression nous admettons que, dans le système de référence (C), cette distribution est de révolution autour de l'axe V_4^C .

Pour Q_2 fixé, la direction V_4^L est bien déterminée. Lorsqu'on choisit une valeur de $E_2^L + \Delta E_2^L$, le vecteur vitesse $V_2^L + \Delta V_2^L$ décrit un cercle de la sphère d'émission des particules 2, centré sur V_4^L , et le vecteur V_2^R a une direction, par rapport à V_4^L , déterminée par α et Ψ , où α est constant et Ψ va varier de 2π .

On a la relation $\cos \theta_2^R = -\cos \alpha \cos \phi + \sin \alpha \sin \phi \cos \Psi$ où ϕ représente l'angle de V_4^L et V_4^C .

Pour Q_2 fixé, on a donc :

$$\frac{d^2\sigma}{dE_2^L d\Omega_1^L} = I_4(\theta_1^L) \frac{d\Omega_4^L}{d\Omega_1^L} I_2(\alpha, \Psi) \frac{d\Omega_\alpha}{dE_2} \rho(Q_2) dQ_2$$

De la relation : $\frac{2}{m_2} E_2^L = (V_4^L)^2 + (V_2^R)^2 - 2 V_4^L V_2^R \cos \alpha$

on déduit : $dE_2^L = m_2 V_4^L V_2^R \sin \alpha d\alpha$

et comme $d\Omega_\alpha = \sin \alpha d\alpha d\Psi$

on a : $\frac{d\Omega_\alpha}{dE_2^L} = \frac{d\Psi}{m^2 V_4^L V_2^R}$

Le nombre de particules 4 émis dans $d\Omega_4^L$ correspondant à $d\Omega_1^L$, étant égal au nombre de particules 1, on a :

$I_1(\theta_1^L) d\Omega_1^L = I_4(\theta_4^L) d\Omega_4^L$ où $I_1(\theta_1^L) d\Omega_1^L$ représente la distribution angulaire des particules 1 dans le système L.

On peut donc écrire :

$$\frac{d^2\sigma}{dE_2^L d\Omega_1^L} \sim \int_Q I_1(\theta_1^L) \left[\int_0^{2\pi} I_2(\alpha, \psi) \frac{d\psi}{m_2 v_4^L v_2^R} \right] \rho(Q_2) dQ_2$$

avec : $I_2(\alpha, \psi)$ de la forme $1 + A \sin^2(\theta_2^R)$ où on a exprimé θ_2^R en fonction de α et ψ .

Lorsqu'on a fixé l'angle θ_1^L de détection, et l'énergie incidente E_p^L , $I_1(\theta_1^L)$ se réduit à une constante qui sort de l'intégrale, et comme nos mesures sont faites en valeur relative, cette quantité peut être incluse dans la constante de normalisation.

$\rho(Q_2)$ a la forme définie précédemment à partir de la matrice R, avec les valeurs de paramètres ajustées par WEBER.

On peut exprimer toutes les quantités intervenant dans l'intégrale en fonction de Q_2 et de grandeurs fixées.

$$v_4^L = \sqrt{\frac{2}{m_4}} \sqrt{E_p^L + Q - Q_2 - E_1^L}$$

$$E_1^L = \sqrt{\frac{m_p m_1 E_p^L}{m_1 + m_4}} \cos \theta_1^L \sqrt{\left(\frac{m_p m_1 E_p^L}{m_1 + m_4} \cos \theta_1^L \right)^2 + \frac{m_4(Q - Q_2) + E_p^L (m_4 - m_p)}{m_1 + m_4}}$$

$$\cos \alpha = - \frac{\frac{2}{m_1} E_1^L - (v_4^L)^2 - (v_2^R)^2}{2 v_4^L v_2^R}$$

$$v_2^R = - \sqrt{\frac{2}{m_2} \frac{m_3}{m_4}} \sqrt{Q_2}$$

$$\cos \phi = - \left[\frac{2 m_p}{(m_p + m_e)} \frac{E_p^L}{2} - (v_4^c)^2 - (v_4^L)^2 \right] \frac{1}{2 v_4^c v_4^L}$$

En portant toutes ces valeurs dans $\frac{d^2 \sigma}{dE_2^L d\Omega_1^L}$ on peut faire l'intégration par une méthode numérique.

Limites d'intégration

On atteindra les limites d'intégration quand l'extrémité du vecteur v_2^L ne pourra plus être sur la sphère, c'est à dire lorsque $\alpha = 0$ ou $\alpha = \pi$, ce qui se traduit par les conditions :

$$\left. \begin{aligned} \frac{2 E_2^L}{m_2} &= (v_4^L + v_2^R)^2 \\ \text{et } \frac{2 E_2^L}{m_2} &= (v_4^L - v_2^R)^2 \end{aligned} \right]$$

ces deux relations permettent, pour E_2^L donné, de déterminer les limites d'intégration $Q_{2\min}$ et $Q_{2\max}$.

Mais, comme dans le spectre de particules 1 en coïncidence, nous n'avons retenu que la partie correspondant à Q_2 compris entre 0 et 2, les limites seront :

$$Q_{2\min} \quad \text{et} \quad \begin{cases} Q_{2\max} & \text{si } Q_{2\max} < 2 \\ 2 & \text{si } Q_{2\max} > 2 \end{cases}$$

- B I B L I O G R A P H I E -

- Ad 66 ADLER - CORCORAN et MAST
Nuc. Phys. 88 (1966) 145
- Aj 66 AJZENBERG-SELOVE et LAURITSEN
Nuc. Phys. 78 (1966) 1
- Au 62 AUSTIN
Phys. Rev. 126 (1962) 1532
- Ba 52 BAGGETT et BAME
Phys. Rev. 85 (1952) 434
- Ba 54 BASHKIN
Phys. Rev. 95 (1954) 1012
- Ba 61 BARKER
Nuc. Phys. 28 (1961) 96
- Ba 62 BARKER et TREACY
Nuc. Phys. 38 (1962) 33
- Ba 66 BARKER
Nuc. Phys. 83 (1966) 418
- Be 64 BERZTISS
Thèse - MELBOURNE (1964)
- Bi 60 BIEDENHARN
Nuclear Spectroscopy (1960) Vol. B - 732
- Bi 69 BILWES-BOUROTTE
thèse - STRASBOURG (1969)

- B1 52 BLATT et BIEDENHARN
Rev. Mod. Phys. 24 (1952) 258
- B1 58 BLAIR et HENLEY
Phys. Rev. 112 (1958) 2029
- Br 64 BRUNO et autres
Compte-rendu 259 (1964) 3995
- Br 64a BRONSON
Thèse - HOUSTON (1964)
- Co 65 COHEN et KURATH
Nuc. Phys. 73 (1965) 1
- Fa 57 FARLEY et WHITE
Nuc. Phys. 3 (1957) 561
- Fe 63 FESSENDEN et MAXON
NYO 9766 (1963)
- Fe 65 FEYNMAN
Lectures on Physics - Vol III (1965)
- Fe 65a FERGUSON
Angular Correlation Methods in γ ray Spectroscopy (1965)
- Fo 64 FORD
Phys. Rev. 136 (1964) 953
- Fr 51 FRENCH et TREACY
Proc. Phys. Soc. A 64 (1951) 452
- Ga 68 GARSIDE et TOBOCMAN
Phys. rev. 173 (1968) 1047

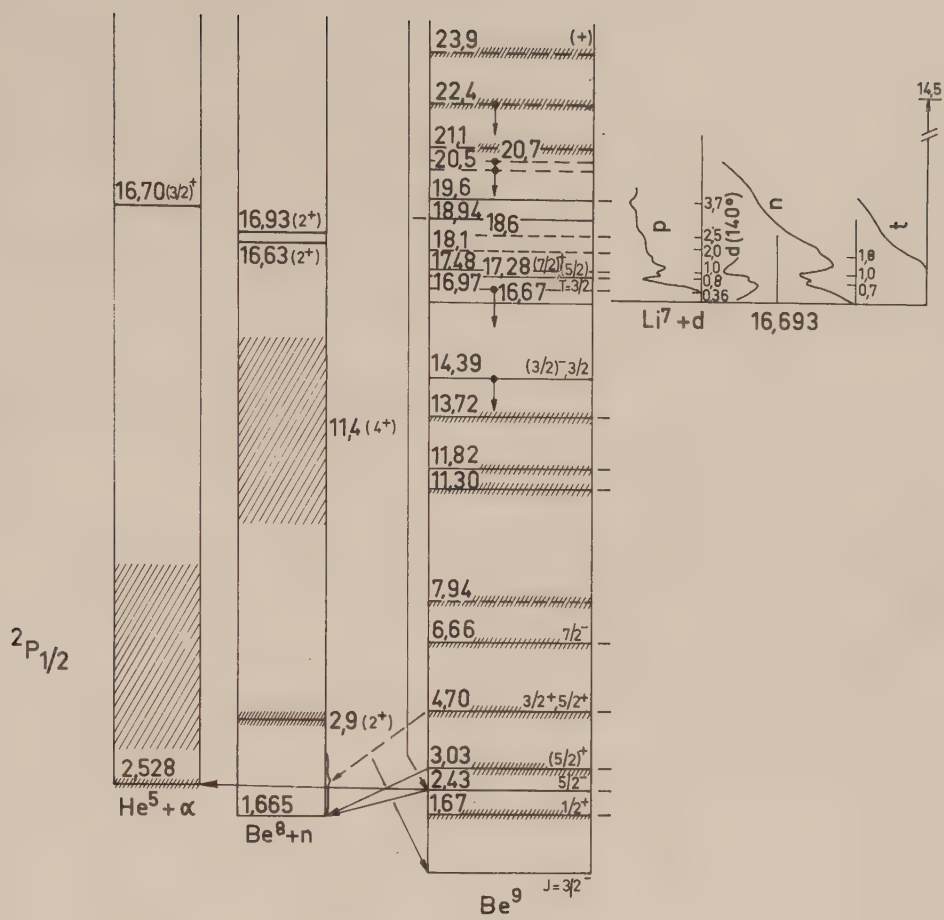
- Go 68 GOLDHAMMER, HILL et NACHMKIN
Nuc. Phys. A 106 (1968) 62
- Gr 65 GRIFFITHS
Nuc. Phys. 65 (1965) 647
- Ha 66 HARUO UI
INSJ 96 (1966)
- Hi 63 HIURA et SHIMODAYA
Progr. Theor. Phys. 30 (1963) 585
- Ho 61 HOLMGREN et CAMERON
Proc. Rutherford Jubilee (1961)
- Hu 64 HUMBLET
Nuc. Phys. 50 (1964) 1,
- Im 65 IMHOF, CHASE et FOSSAN
Phys. Rev. 139 (1965) 904
- Je 62 JERONYMO, MANI, PICARD et SADEGHI
Nuc. Phys. 38 (1962) 11
- Jo 67 JOUANIGOT, BARDOLLE, CABE, CHRETIEN, et LAURAT
Nuc. Inst. and Meth 47 (1967) 105
- Kr 56 KRAUS et ALU
Phys Rev. 104 (1956) 1667
- Ku 56 KURATH
Phys. rev. 101 (1956) 216
- Ku 60 KUNZ
Annals of Physics 11 (1960) 275
- Ku 71 KUMAR
Communication privée - à paraître

- La 58 LANE et THOMAS
 Rev. Mod. Phys. 30 (1958) 257
- La 68 LAUGIER
 Thèse - Orsay (1968)
- Le 67 LEJEUNE
 Thèse - Liège (1967)
- Le 70 LEJEUNE et MAHAUX
 Nuc. Phys. A 145 (1970) 613
- Lo 58 LOSTIS
 Thèse - PARIS (1958)
- Ma 62 MADDISON
 Proc. Phys. Soc. 79 (1962) 264
- Ma 64 MANALIS et HENKEL
 Phys. Rev. 136 (1964) B 1741
- Ma 69 MAHAUX et WEIDENMULLER
 Shell Model Approach to Nuclear Reactions (1969)
- Me 60 MESSIAH
 Mécanique quantique (1960)
- Mi 66 MILONE et POTENZA
 Nuc. Phys. 84 (1966) 25
- Nu 69 NUSSBAUM
 Helv. Phys. Acta 42 (1969) 361

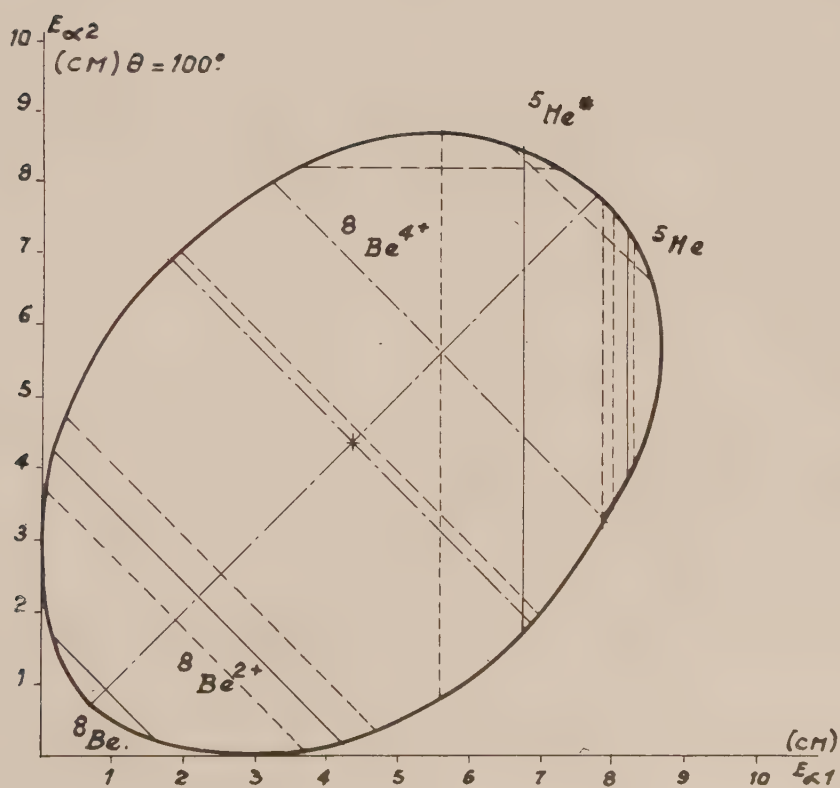
- Oh 67 OHLSEN
Nuc. Inst. and Meth. 37 (1967) 240
- Pa 63 PAUL et KOHLER
Phys. Rev. 129 (1963) 2698
- Pe 66 PEARCE et SWAN
Nuc. Phys. 78 (1966) 433
- Pf 62 PFEIFFER
Thèse - Zürich (1962)
- Ph 60 PHILLIPS, GRIFFY et BIEDENHARN
Nuc. Phys. 21 (1960) 327
- Ph 60a PHILLIPS et TOMBRELLO
Nuc. Phys. 19 (1960) 555
- Re 63 RENKEN
Phys. Rev. 132 (1963) 2627
- Ri 56 RIVIERE
Nuc. Phys. 2 (1956) 81
- Sc 55 SCHIFF
Quantum Mechanics (1955)
- Sk 64 SKJEGGESTAD
CERN - 64-13 (1964)
- Sw 65 SWAN
Rev. Mod. Phys. 37 (1965) 336

- To 60 TOMBRELLO et PHILLIPS
 Nuc. Phys. 20 (1960) 648
- Vo 62 VOGT
 Rev. Mod. Phys. 34 (1962) 723
- Wa 52 WATSON
 Phys. Rev. 88 (1952) 1163
- We 58 WEBER
 Phys. Rev. 110 (1958) 529
- Wi 59 WILDERMUTH et KANELLOPOULOS
 CERN 59-23 (1959)
- Wi 66 WILDERMUTH et Mc CLURE
 Springer tracts in Modern Physics 41 (1966)

Manuscrit reçu le 19 octobre 1971



- Fig. 1 -



- Fig. 2 -

CINEMATIQUE DE LA REACTION

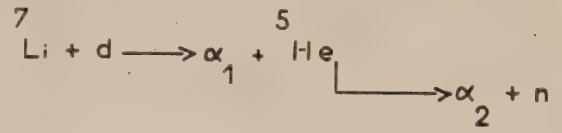
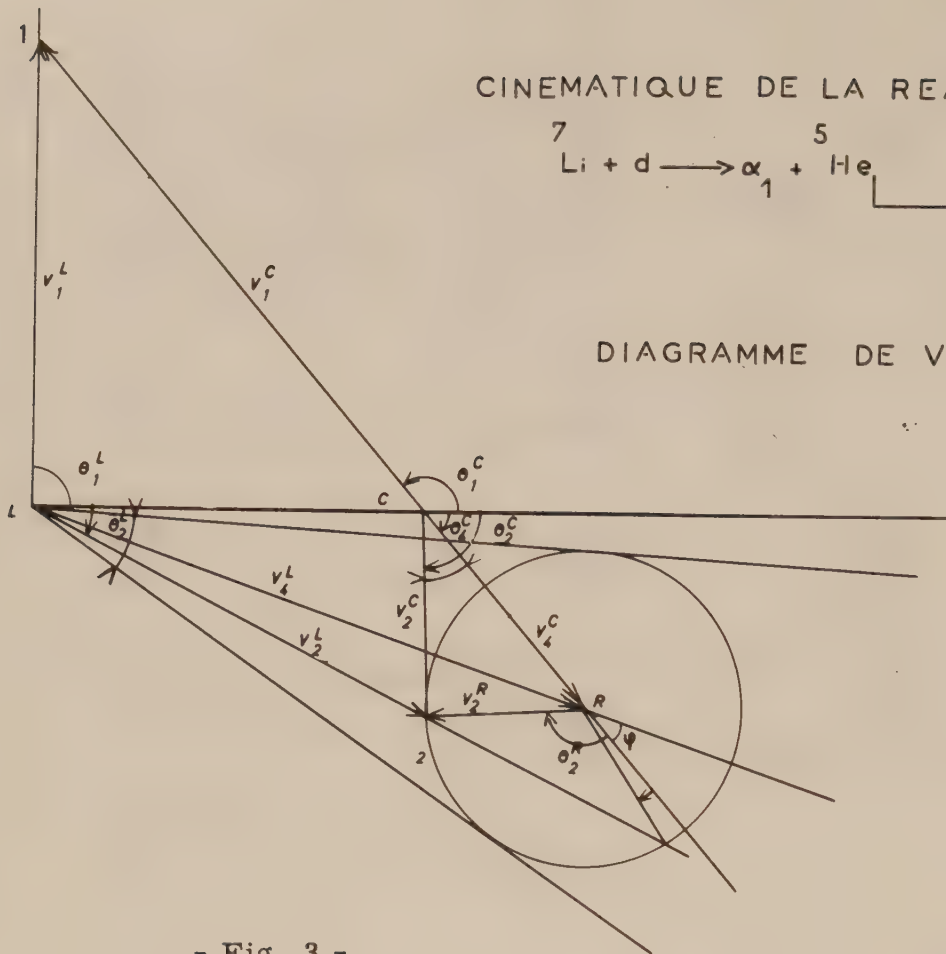
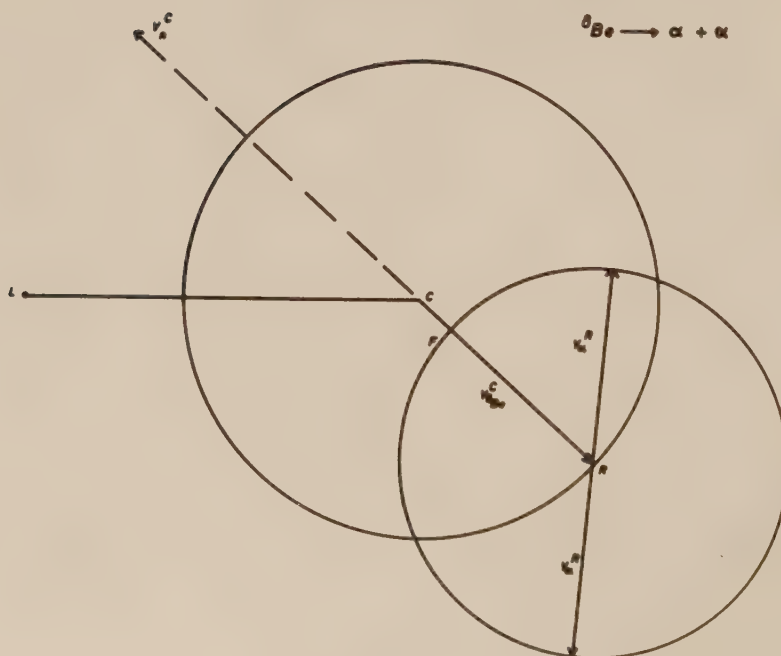


DIAGRAMME DE VITESSE

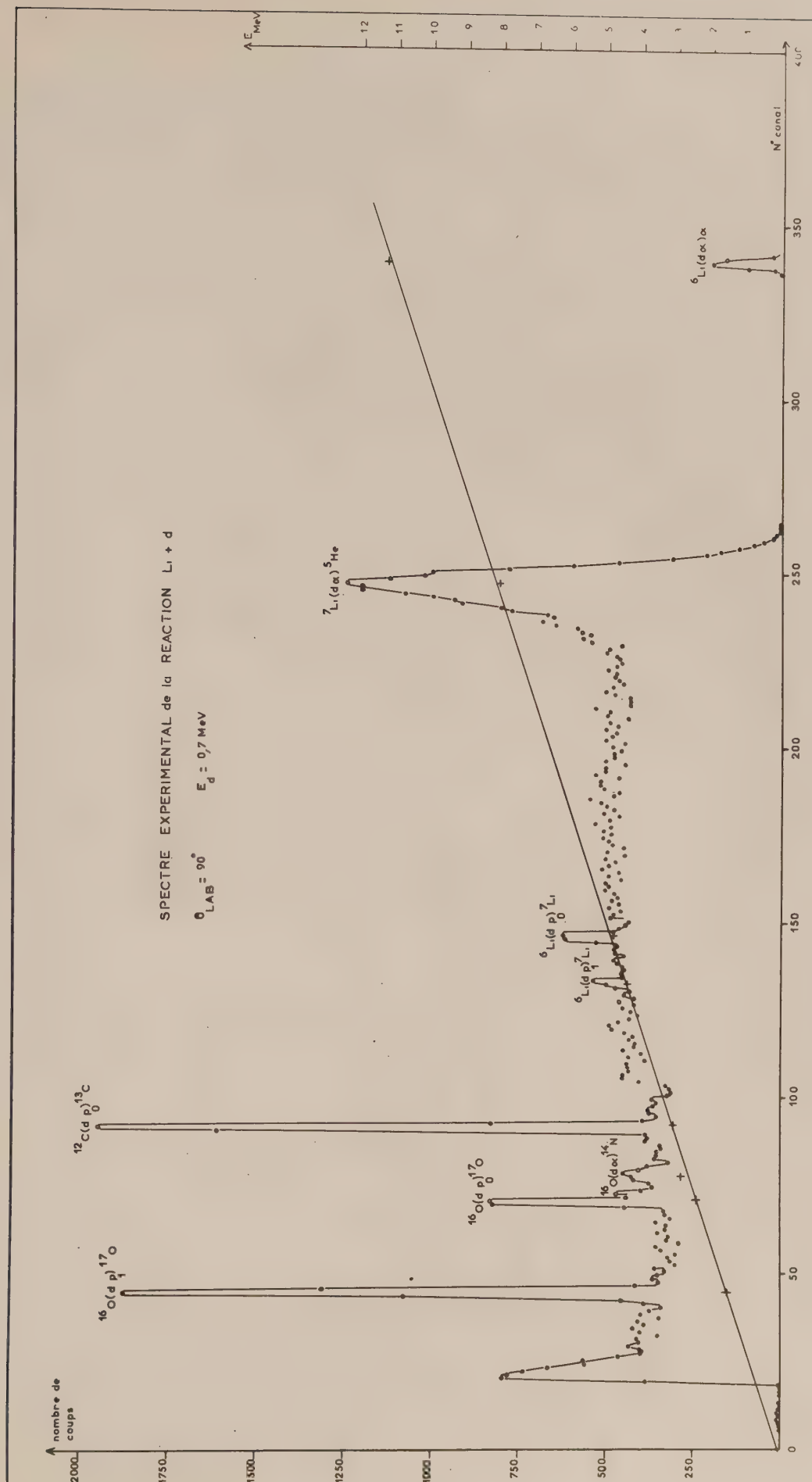


- Fig. 3 -

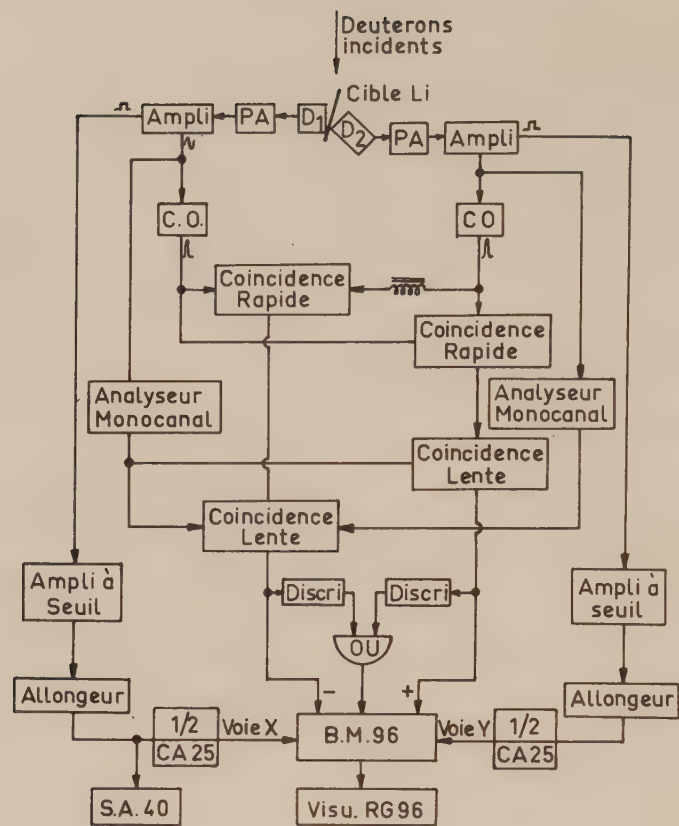
DIAGRAMME DE VITESSE DANS LE CAS DE



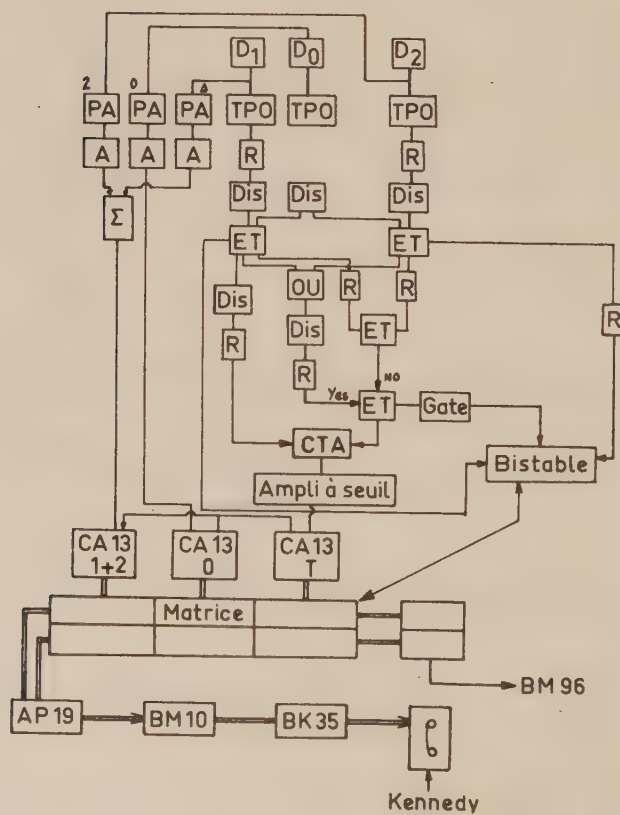
- Fig. 4 -



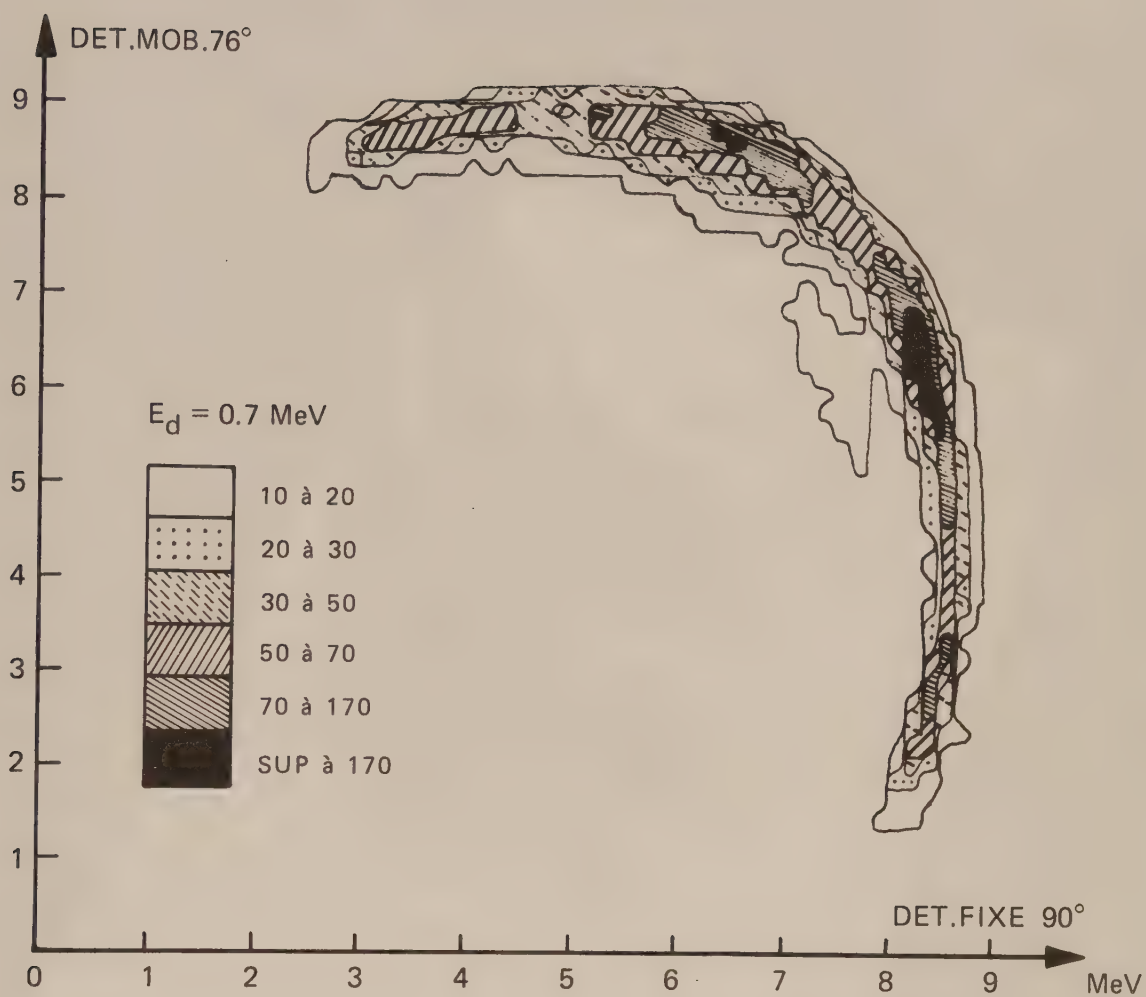
- Fig. 5 -



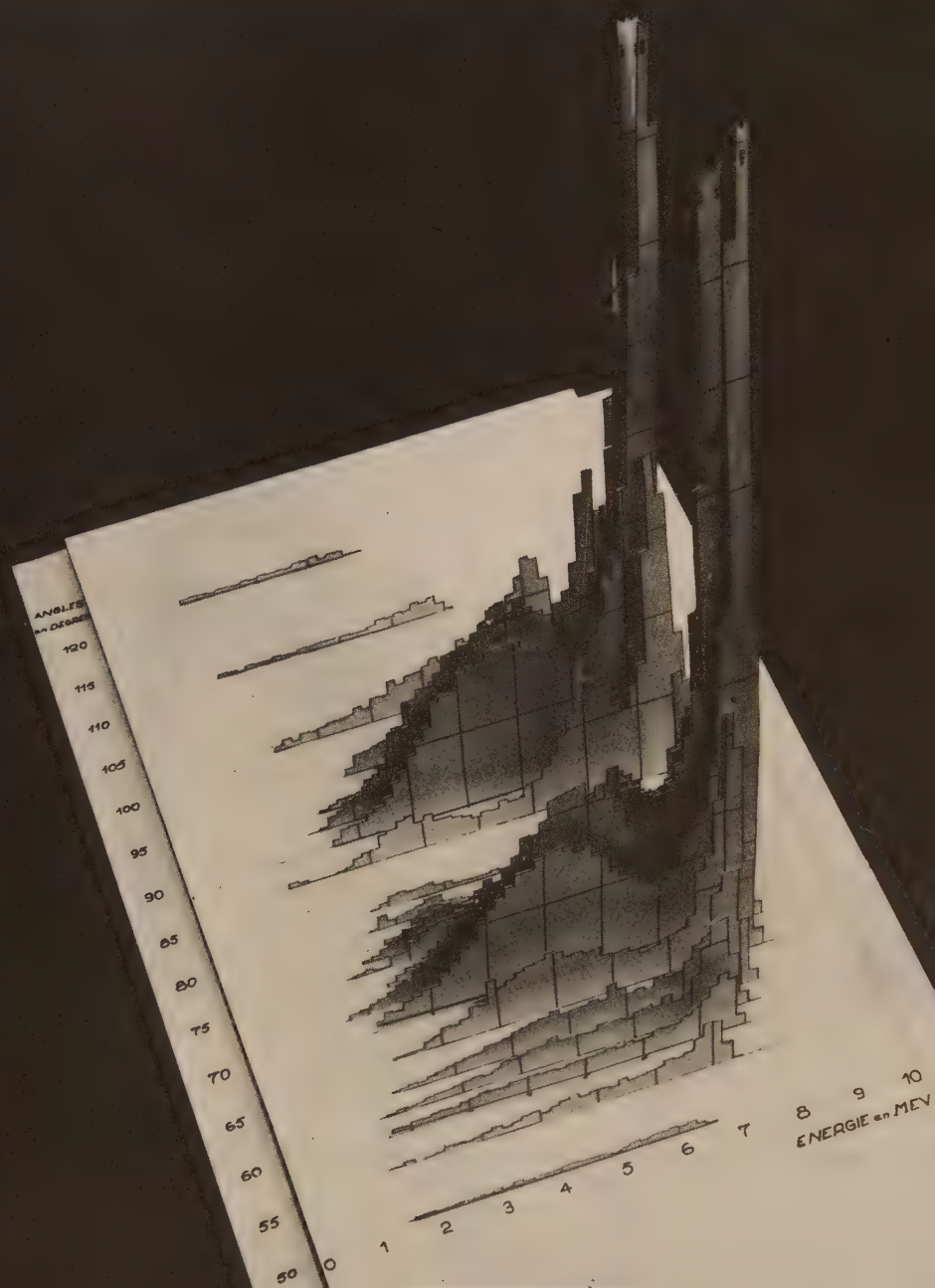
- Fig. 6 -



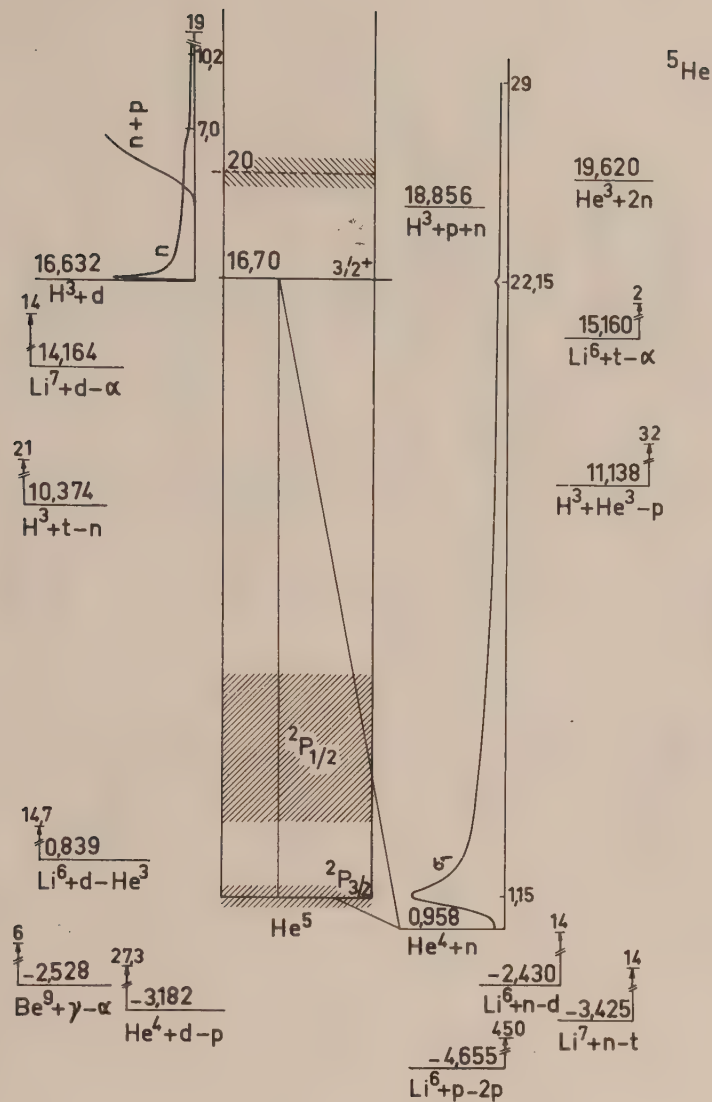
- Fig. 7 -



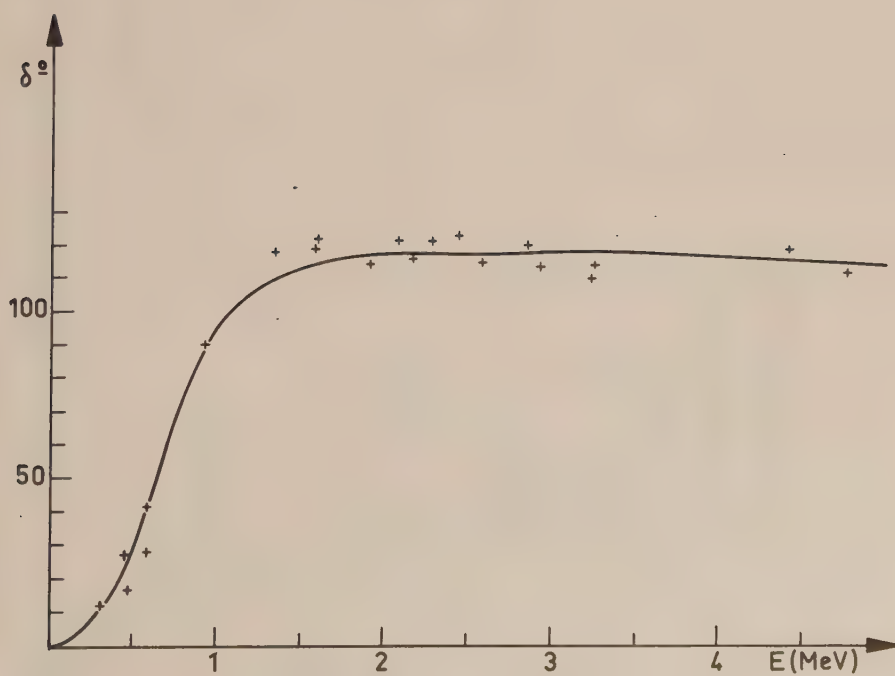
- Fig. 8 -



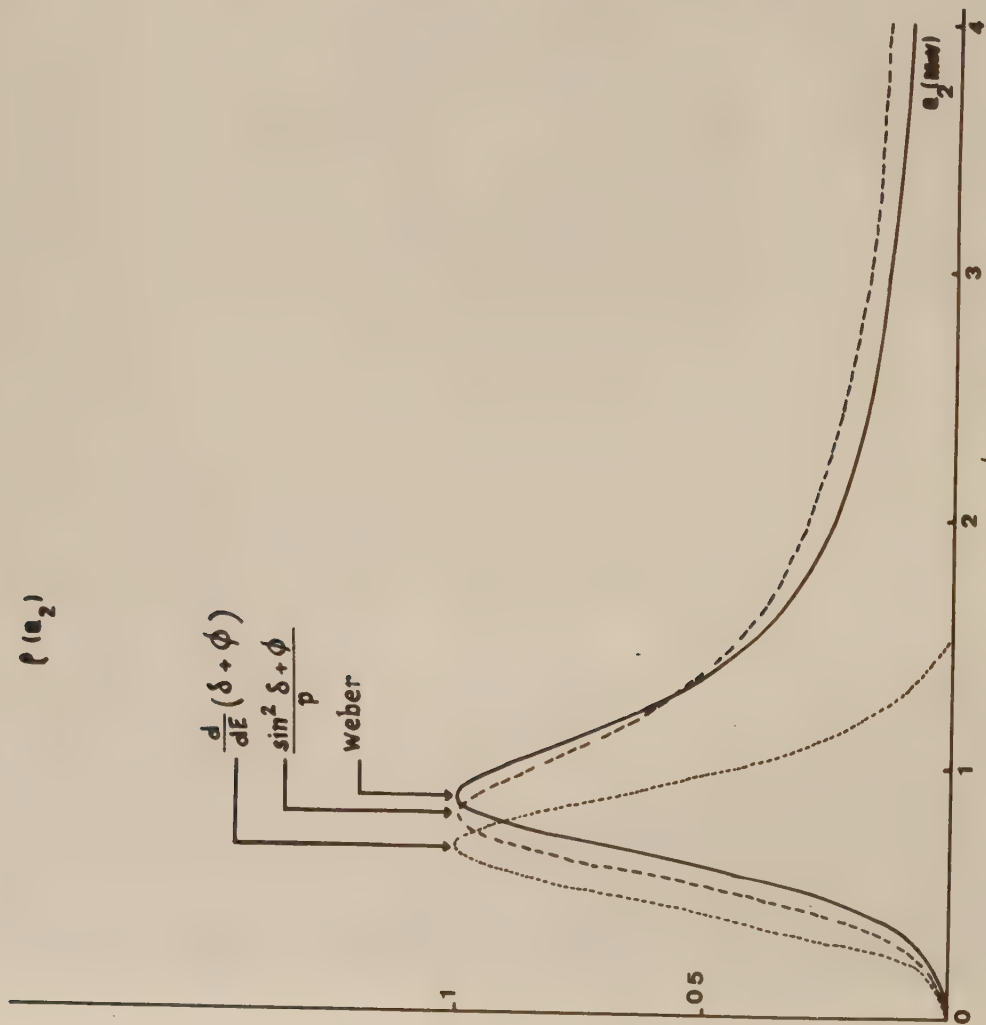
- Fig. 9 -



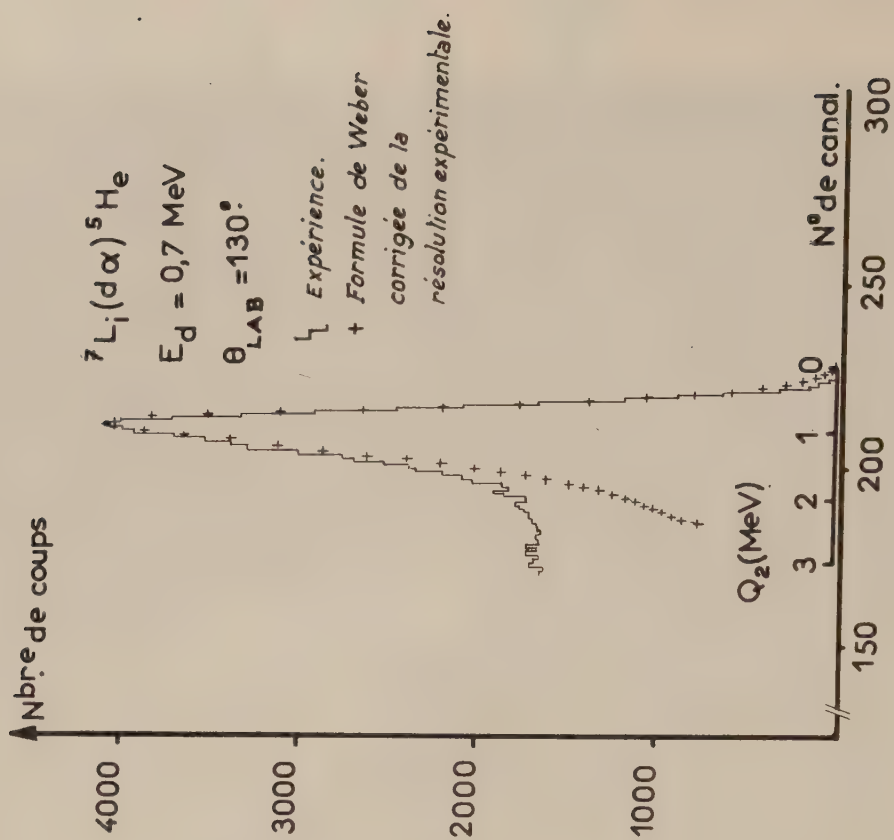
- Fig. 10 -



- Fig. 11 -



- Fig. 12 -

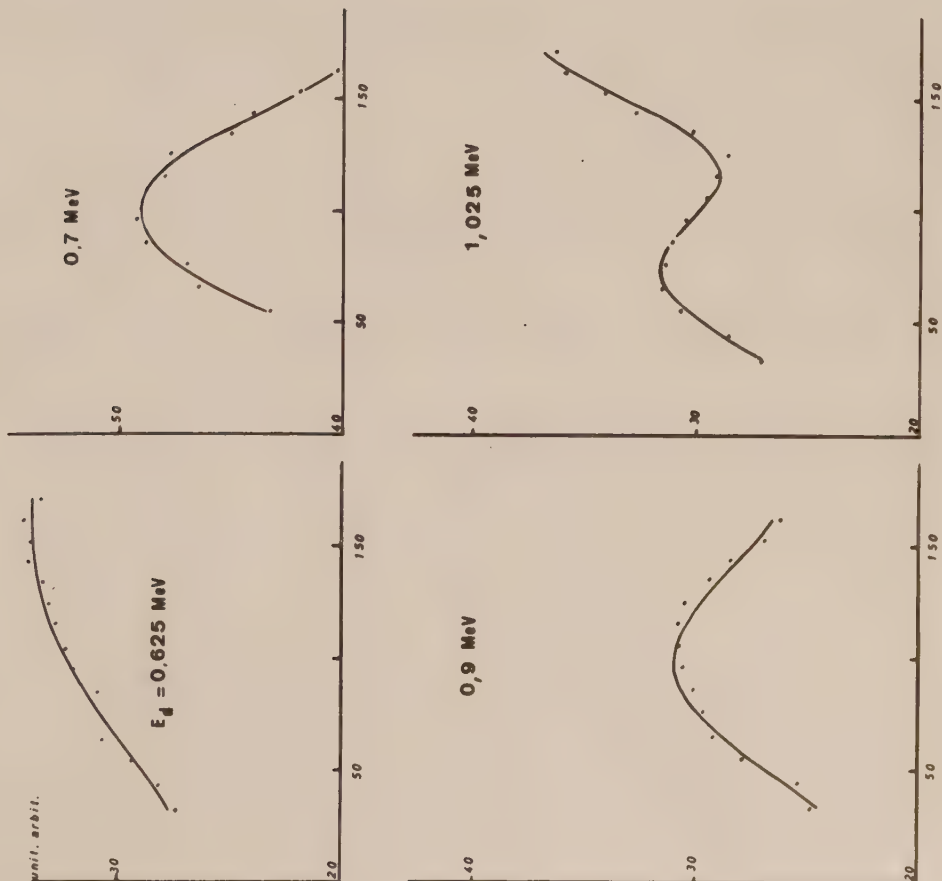


- Fig. 13 -

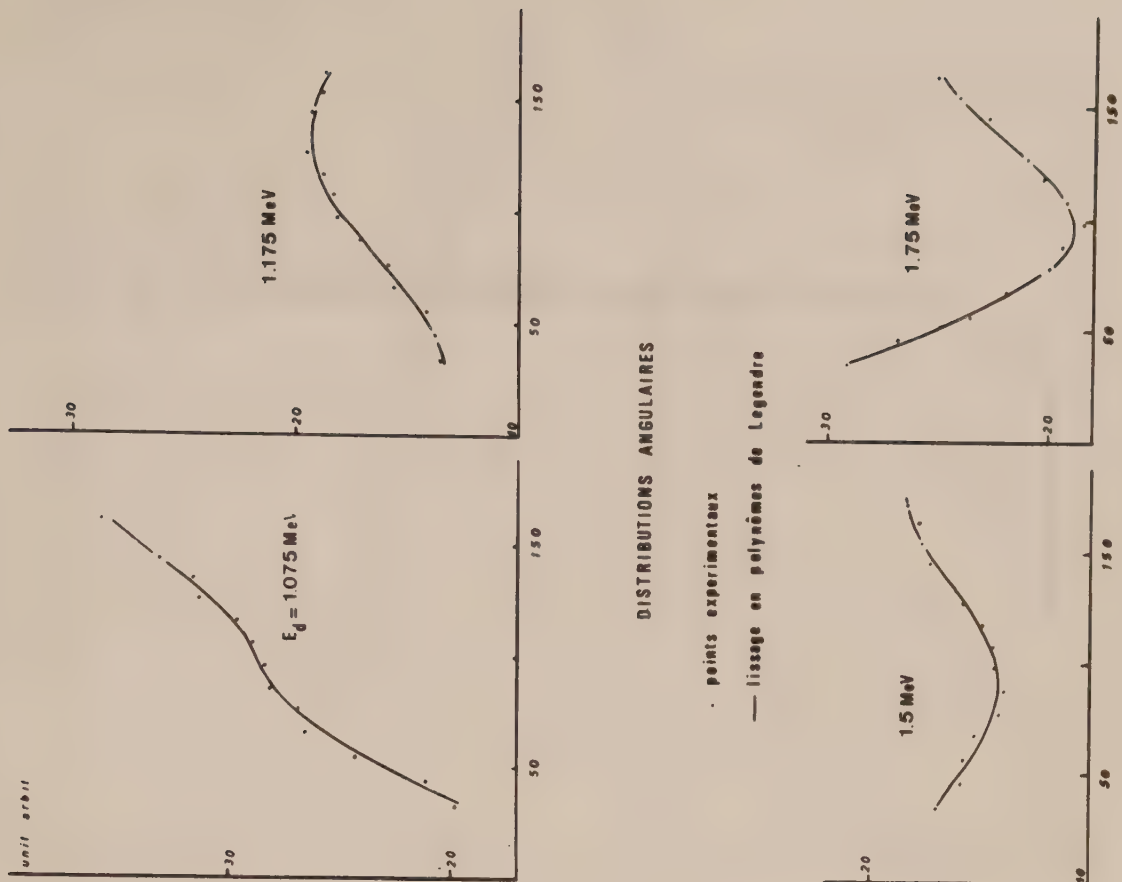
DISTRIBUTIONS ANGULAIRES

points expérimentaux

— lissage en polynôme de Legendre



- Fig. 14 -



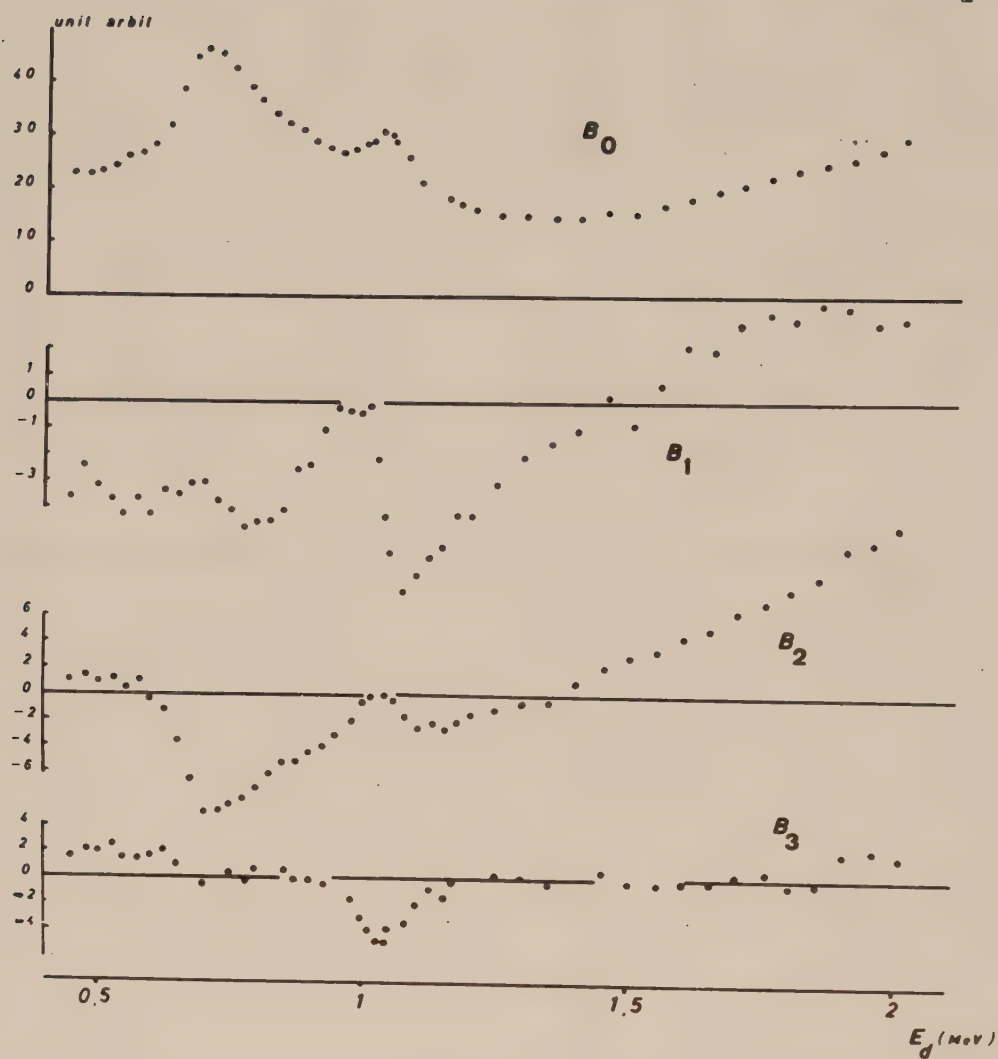
DISTRIBUTIONS ANGULAIRES

points expérimentaux

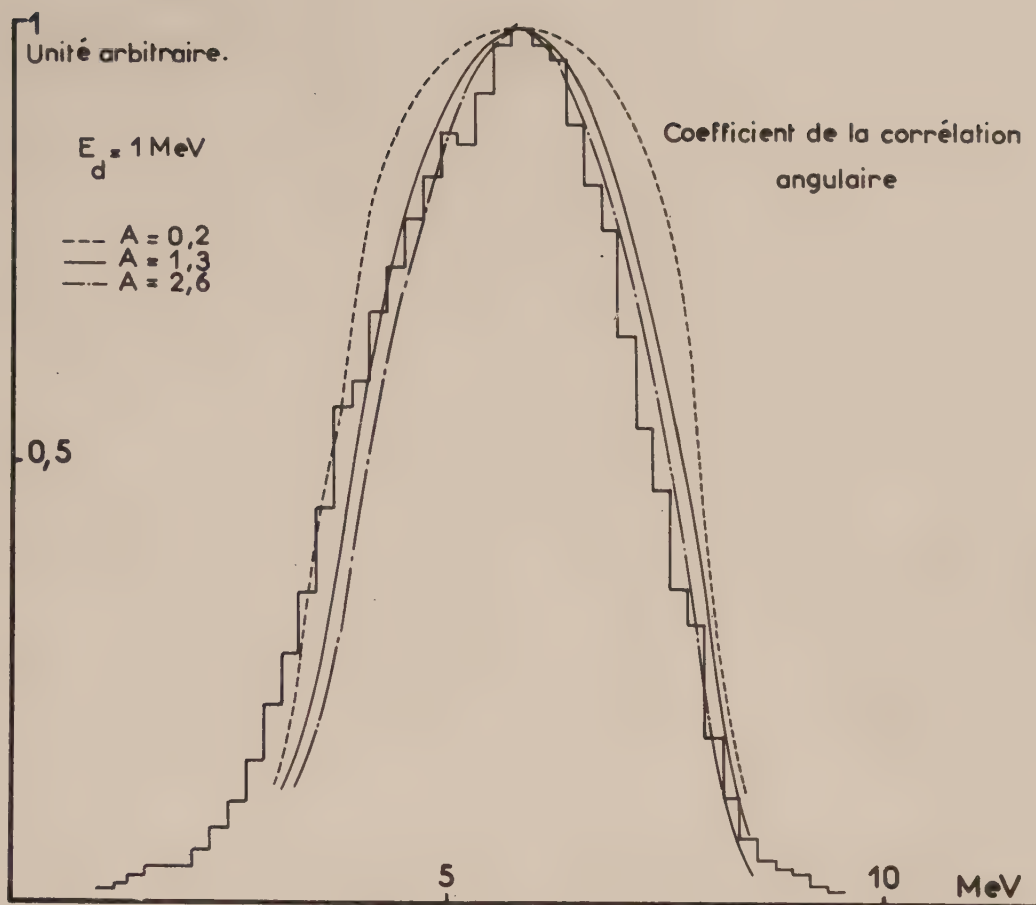
— lissage en polynôme de Legendre

- Fig. 15 -

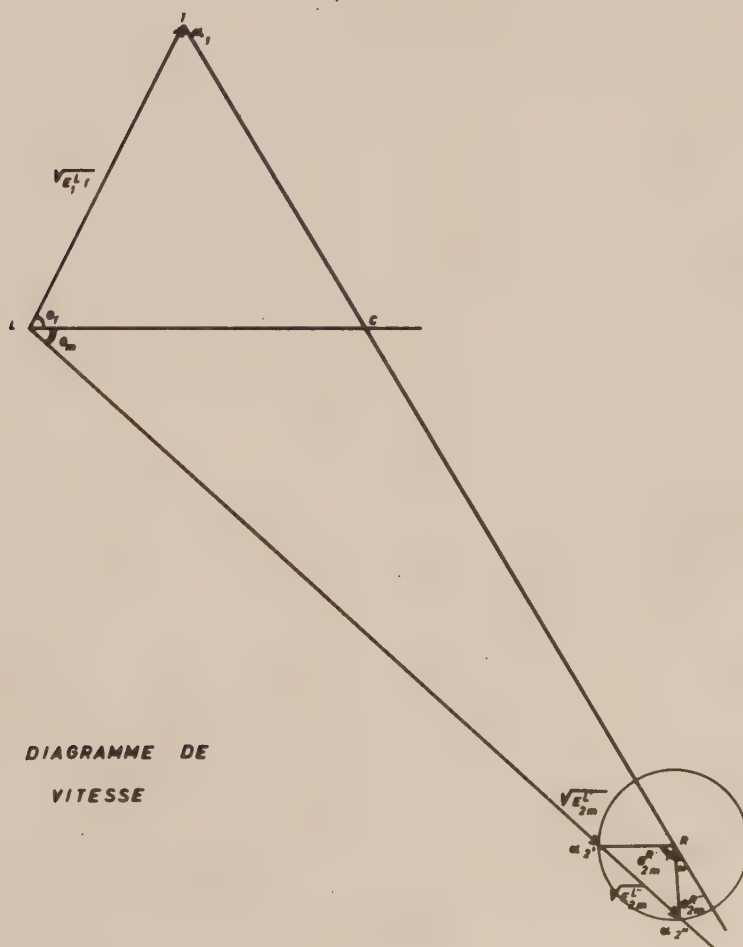
VARIATION DES COEFFICIENTS EXPERIMENTAUX B_L



- Fig. 16 -



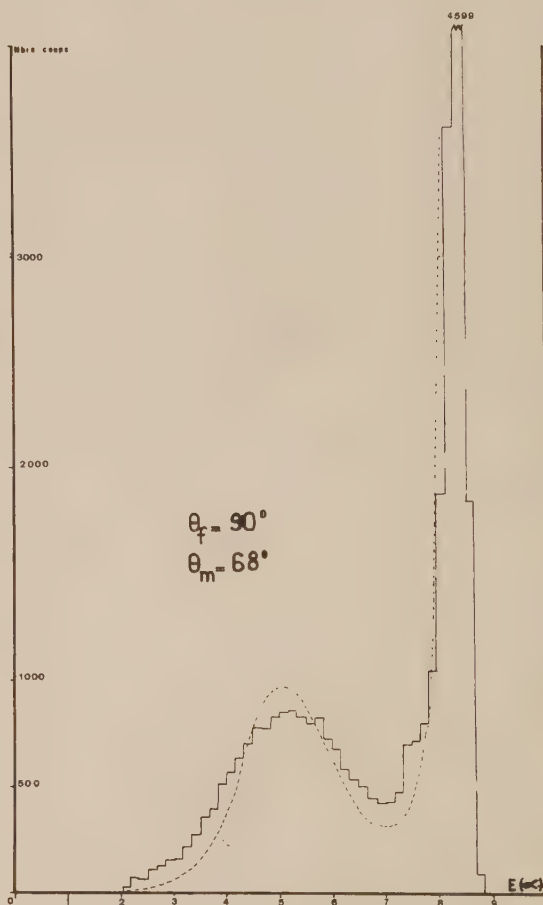
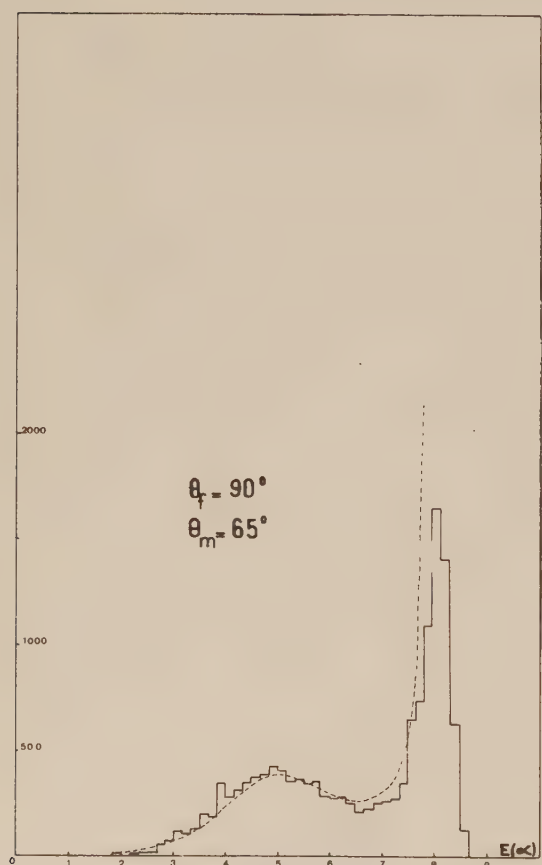
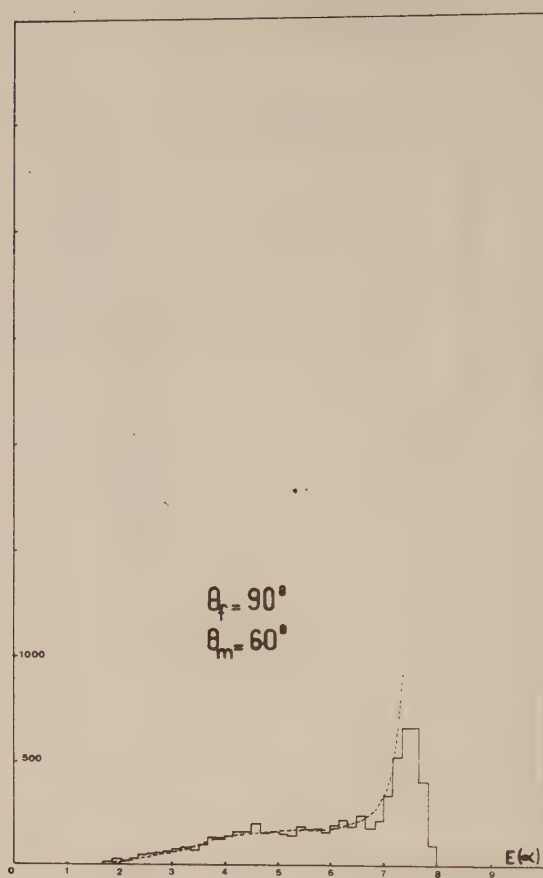
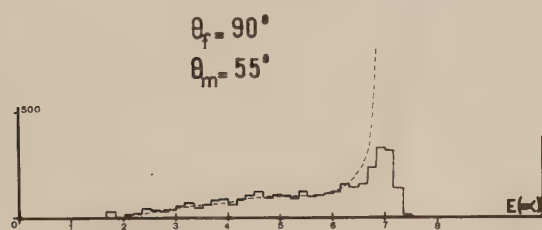
- Fig. 17 -



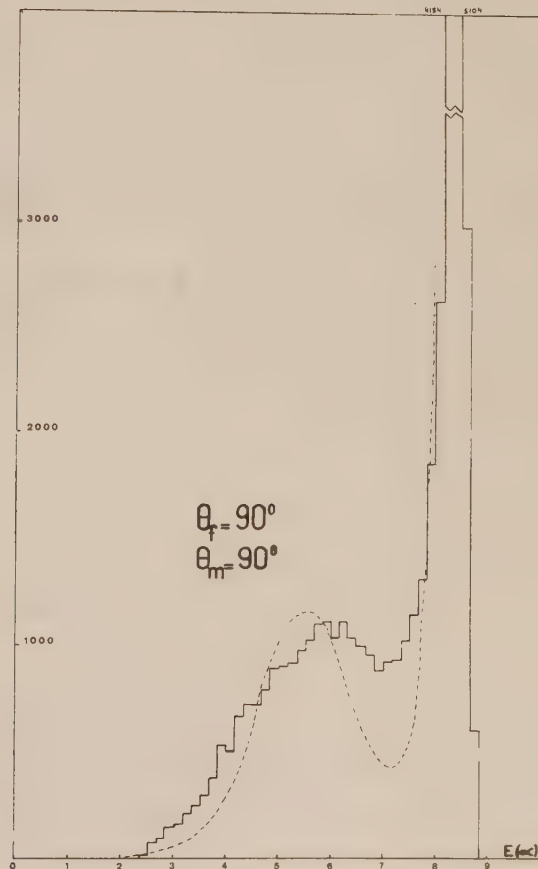
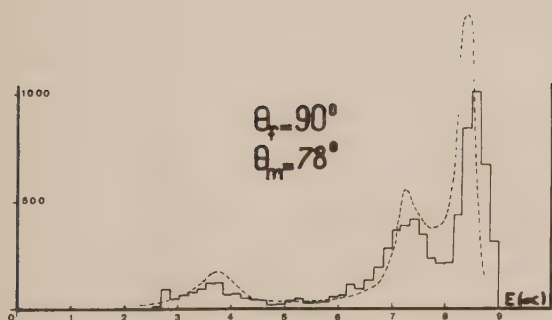
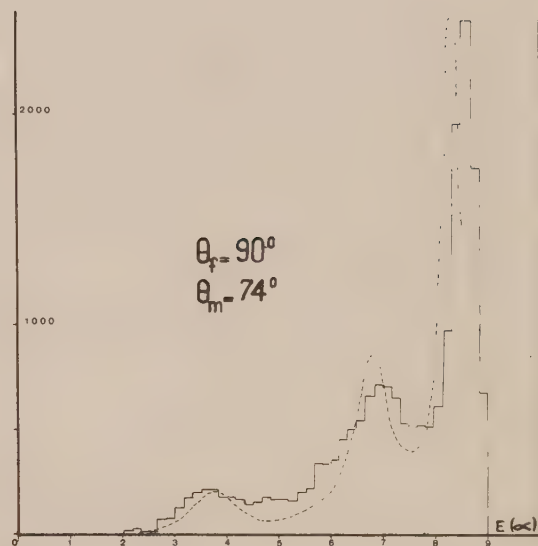
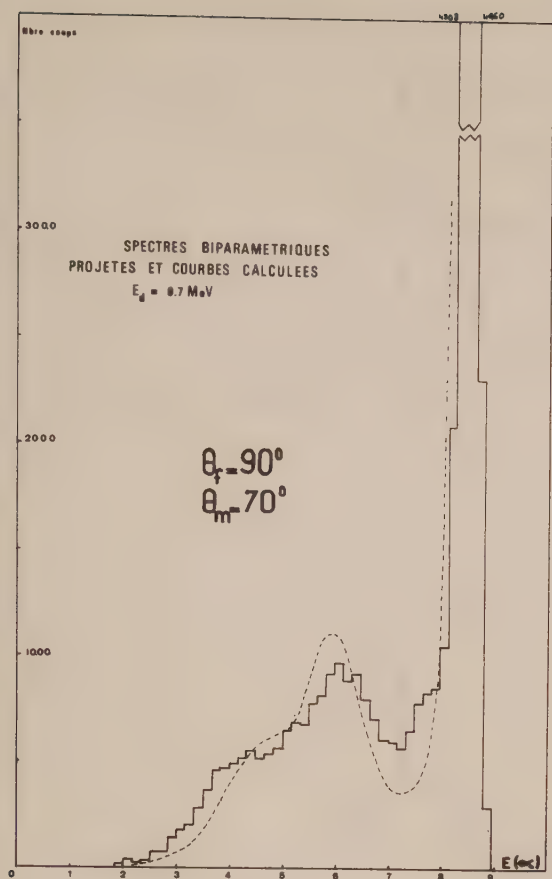
- Fig. 18 -

SPECTRES BIPARAMETRIQUES PROJETES ET
COURBES CALCULEES

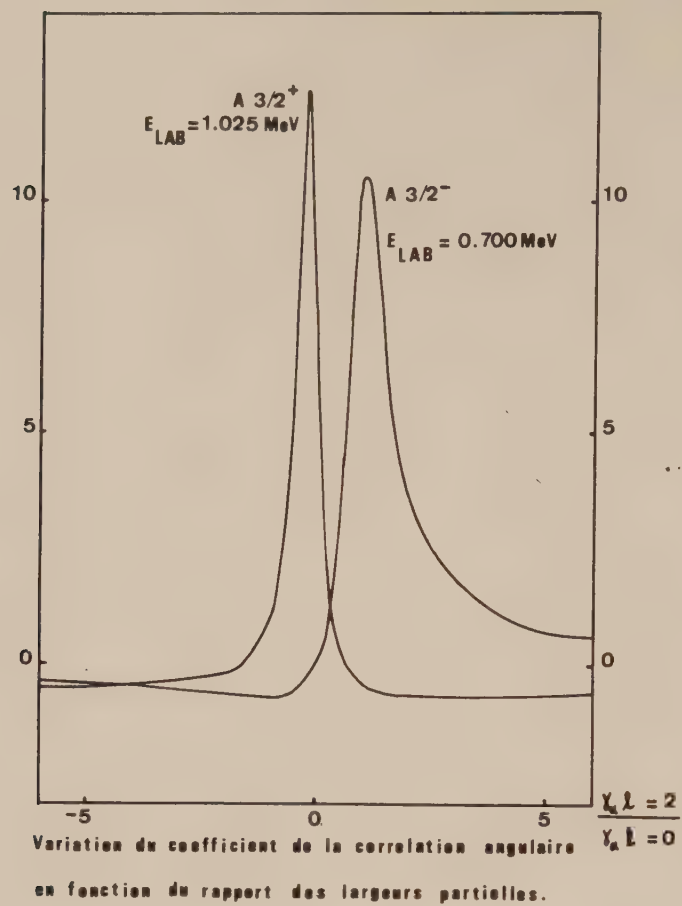
$E_d = 0.7 \text{ MeV}$



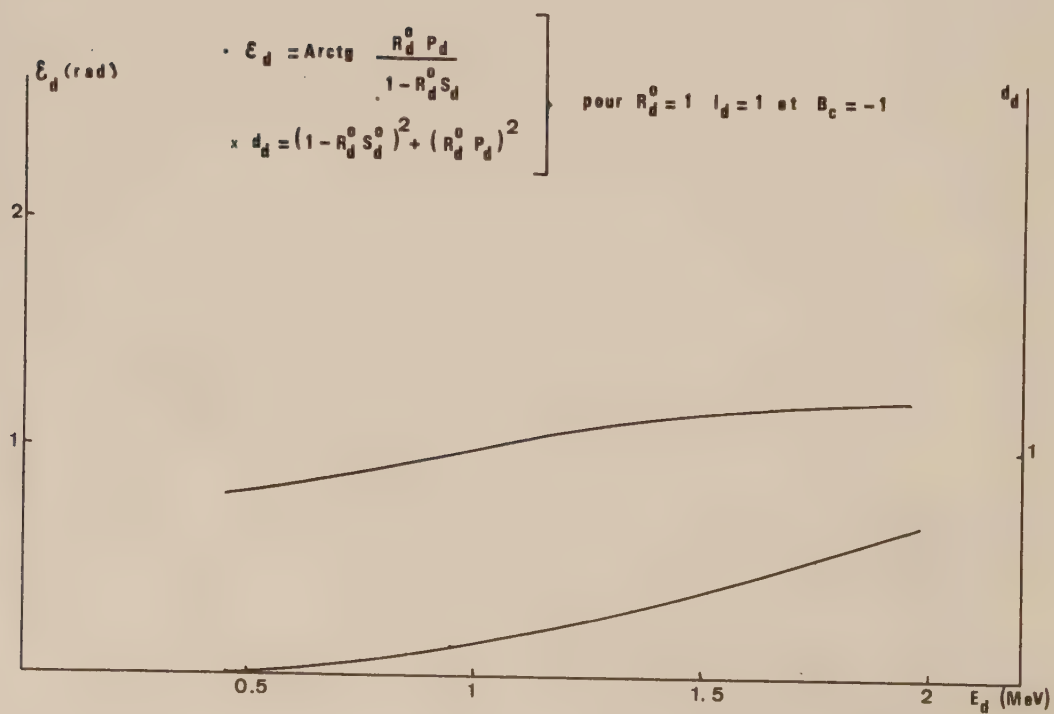
- Fig. 19 -



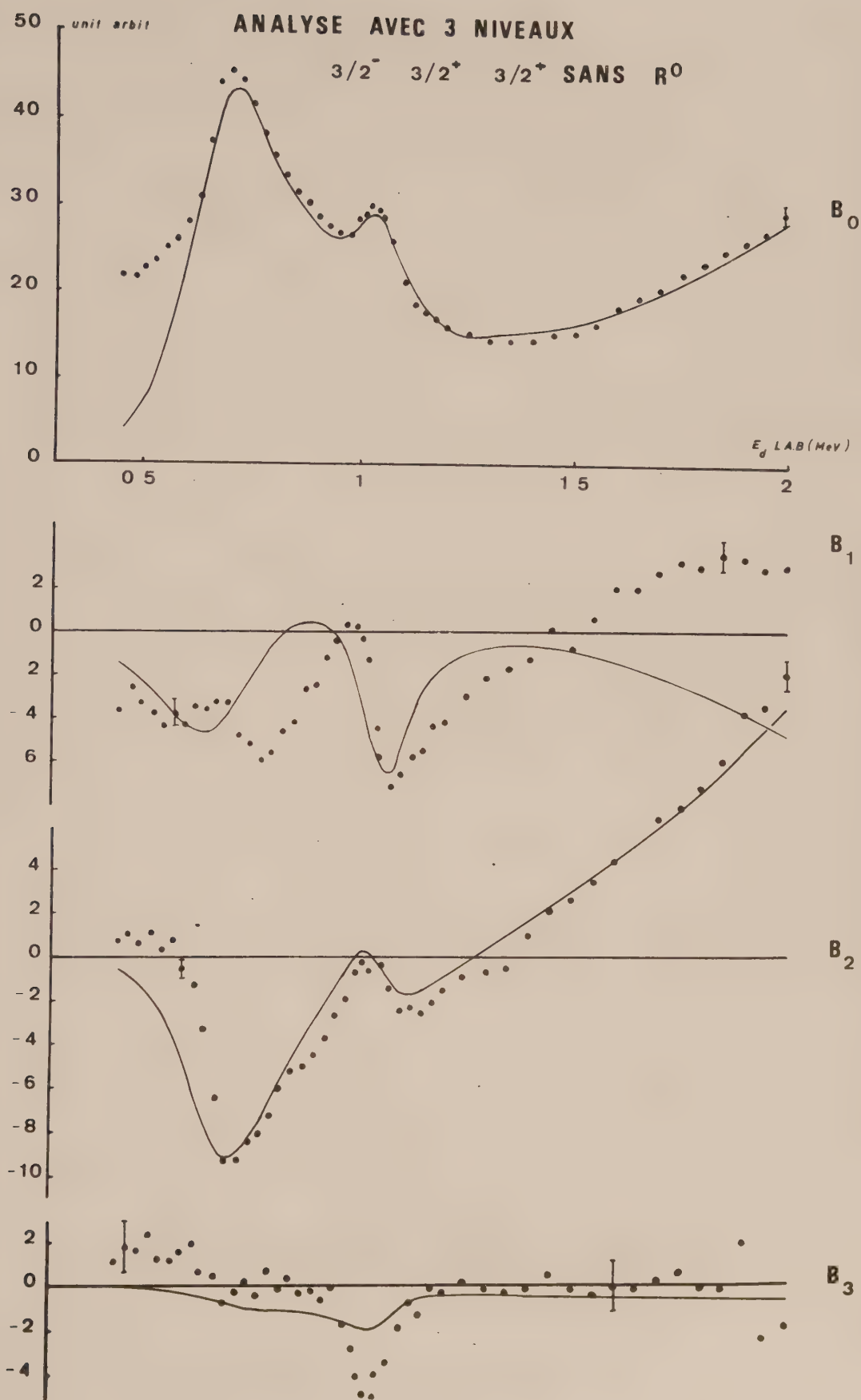
- Fig. 20 -



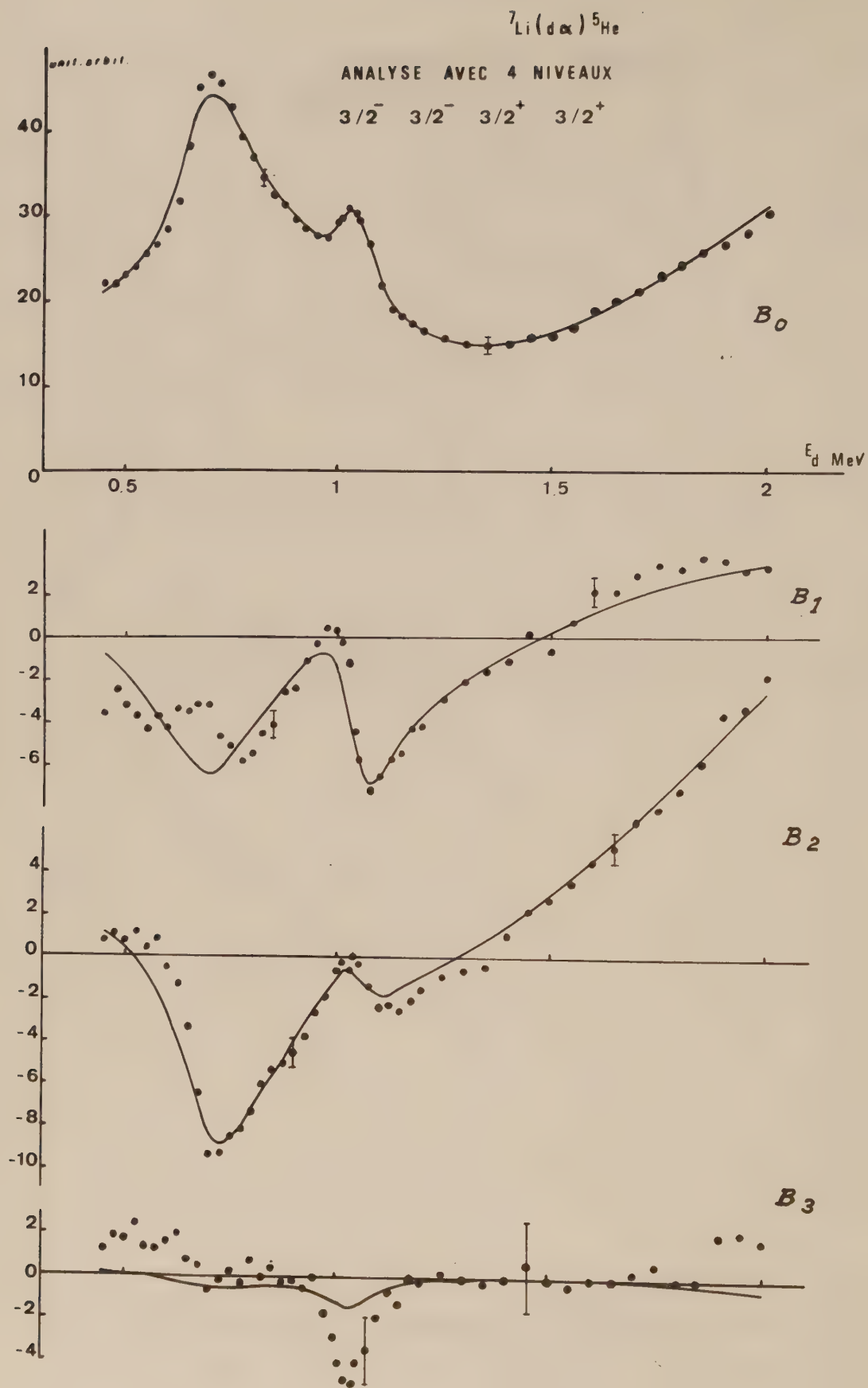
- Fig. 21 -



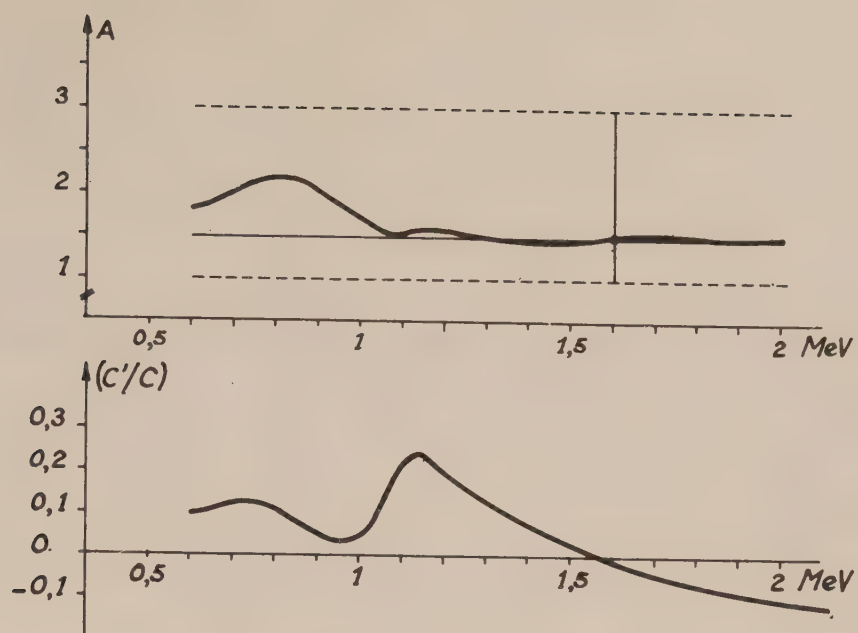
- Fig. 22 -



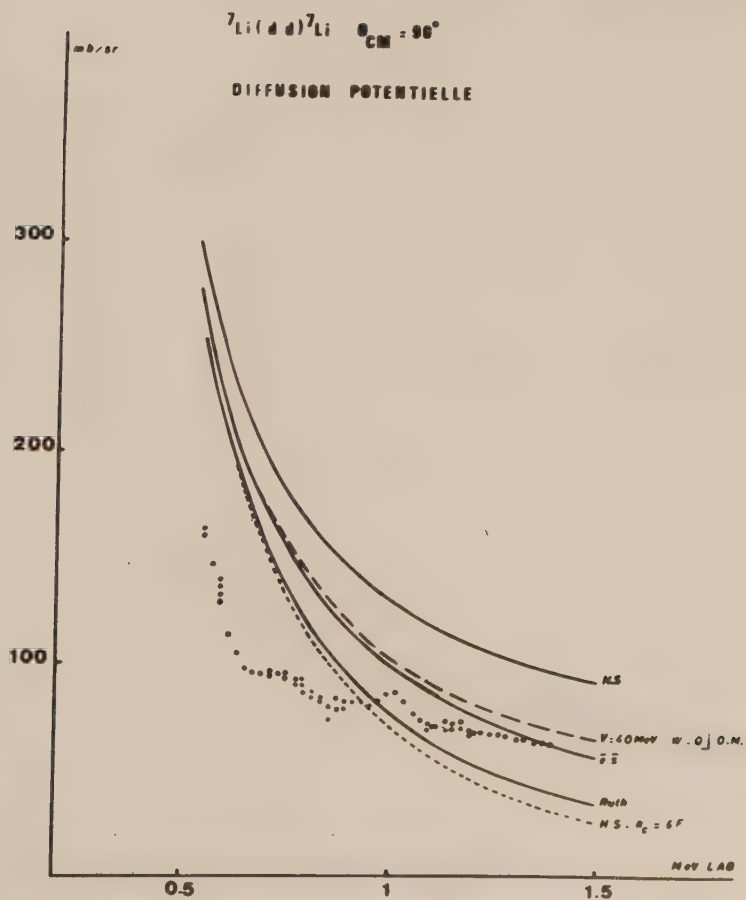
- Fig. 23 -



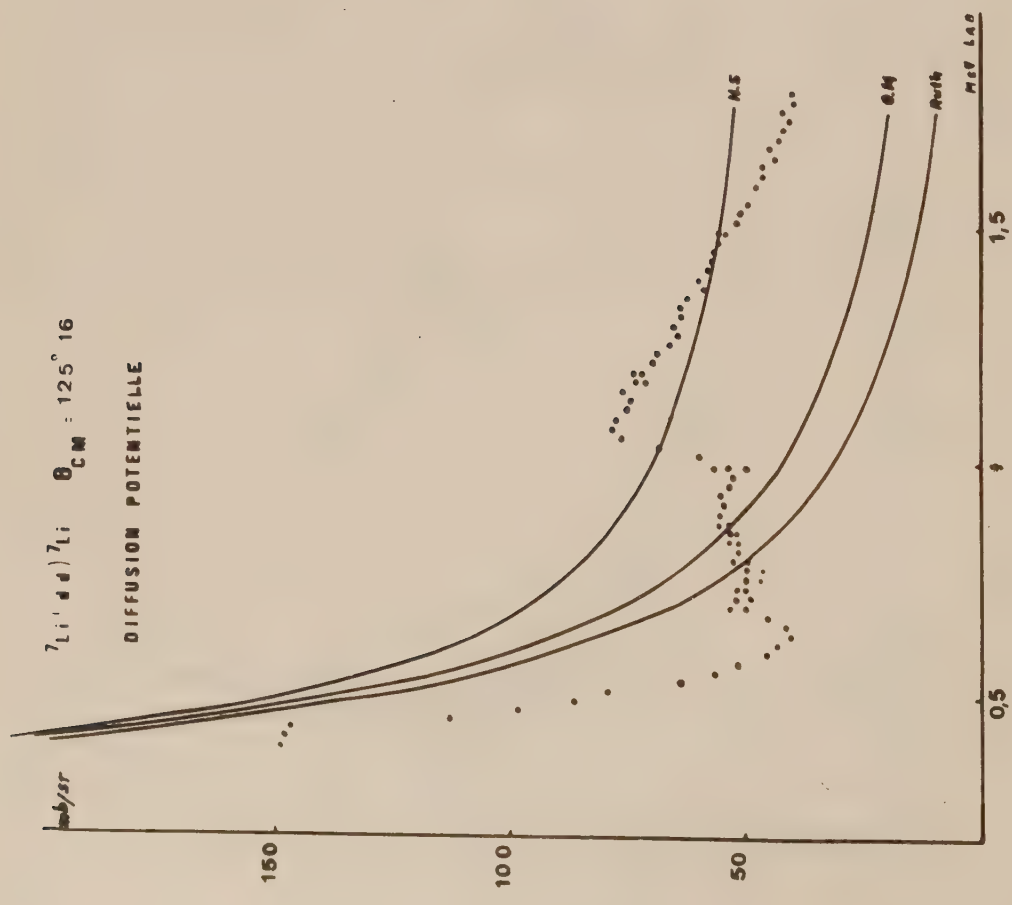
- Fig. 24 -



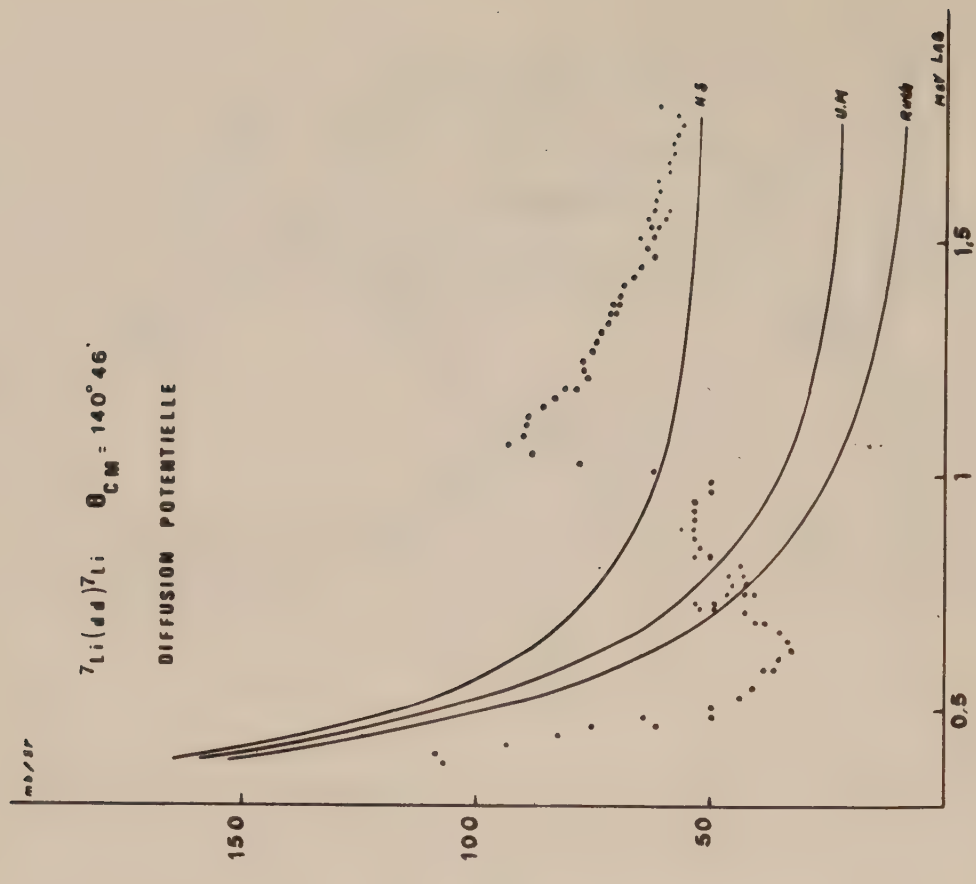
- Fig. 25 -



- Fig. 26 -

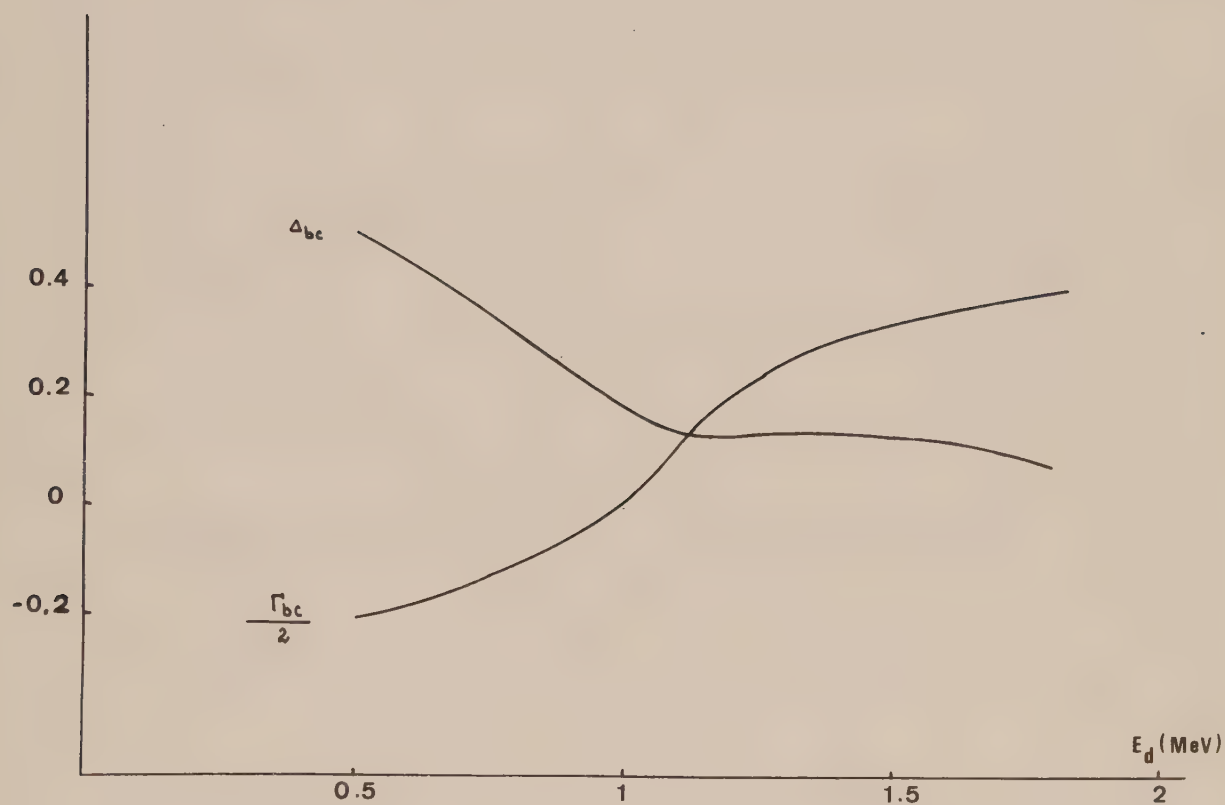


- Fig. 27 -

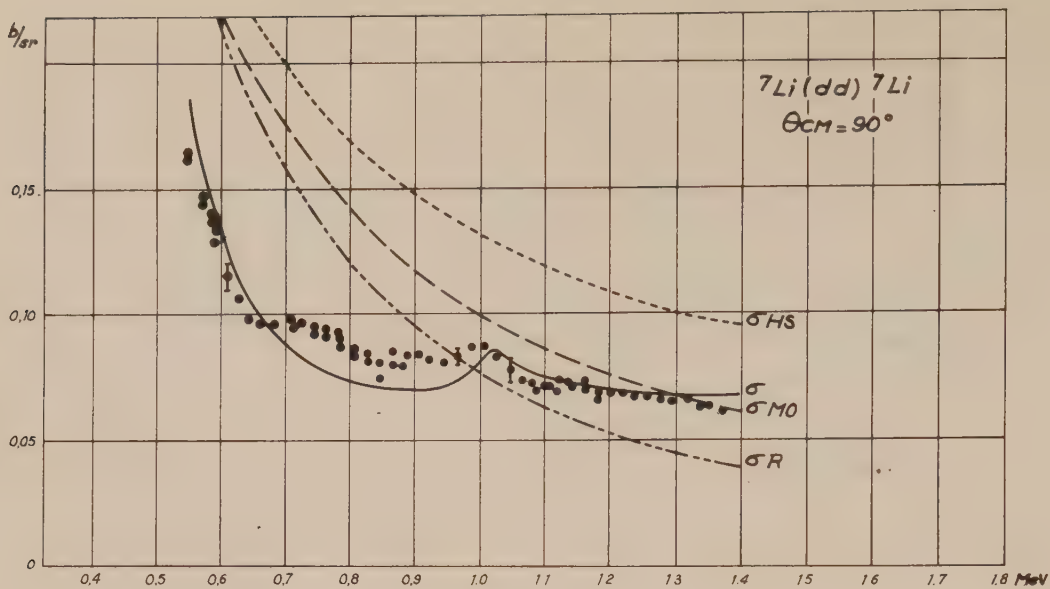


- Fig. 28 -

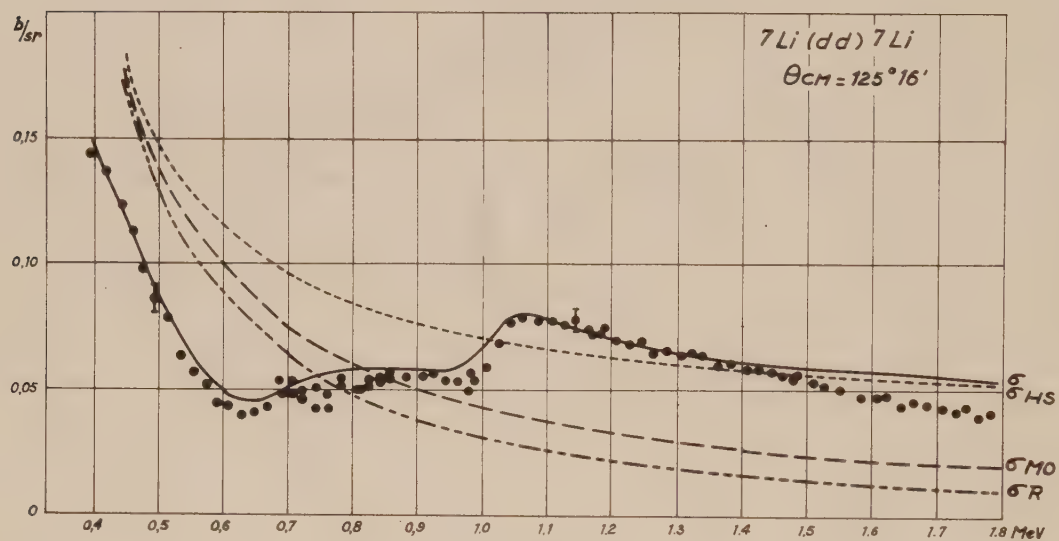
VARIATION DE Δ_{bc} ET $\frac{\Gamma_{bc}}{2}$ POUR $\psi_0 = 30^\circ$



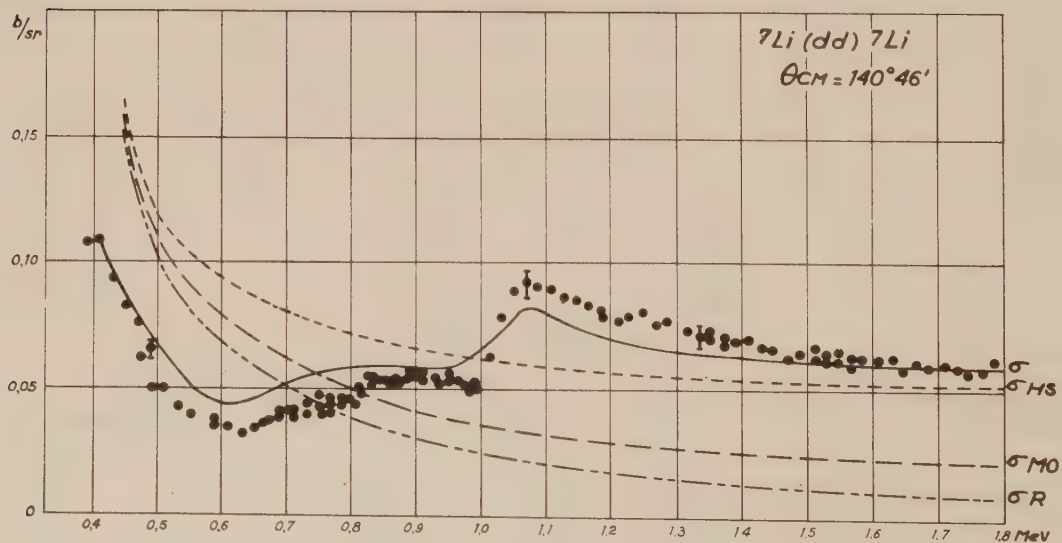
- Fig. 29 -



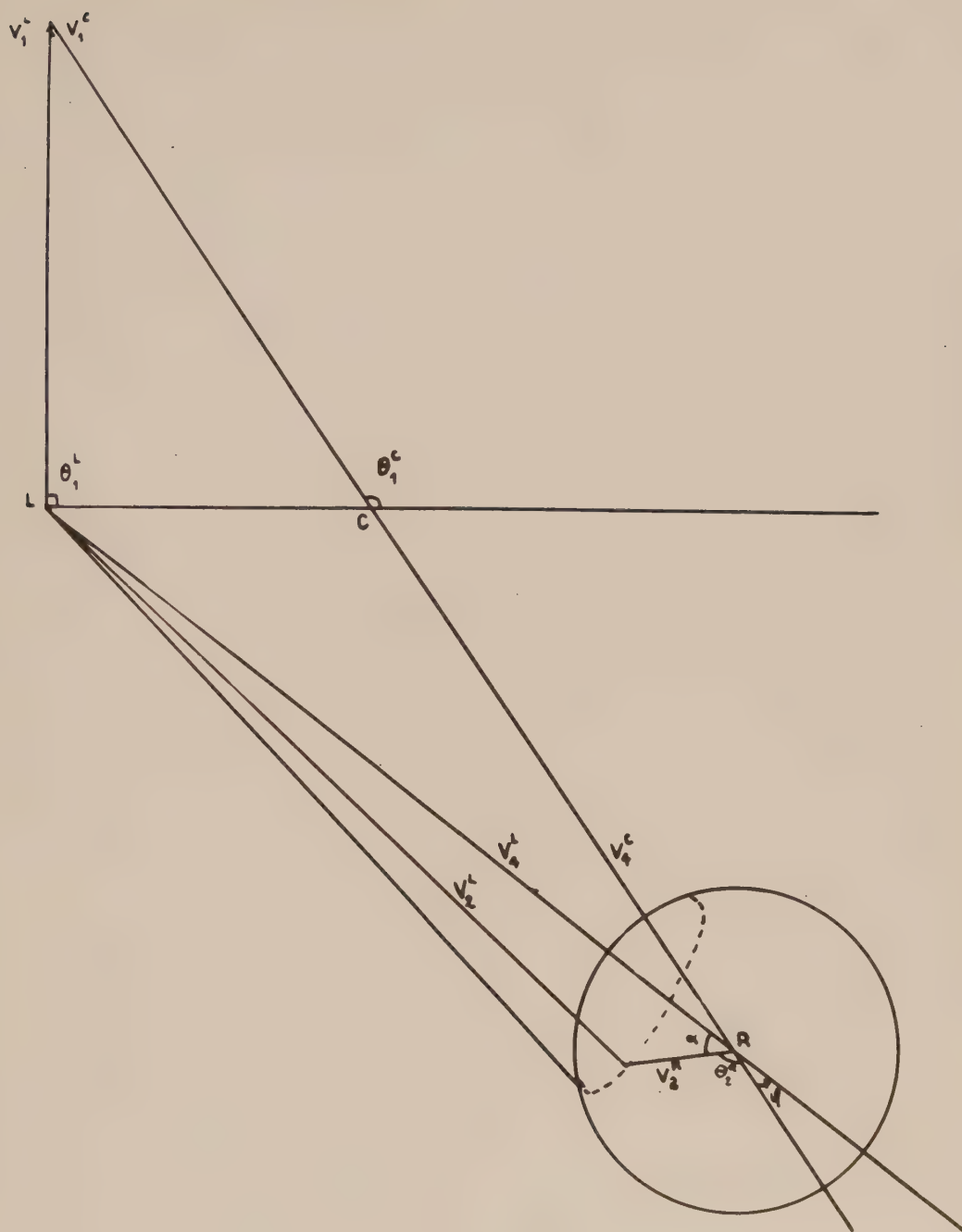
- Fig. 30 -



- Fig. 31 -

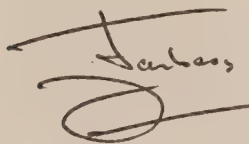


- Fig. 32 -



- Fig. 33 -

Vu et approuvé
Orsay, le 21 mai 1971
Le Vice-Président du Centre d'Orsay

A handwritten signature in dark ink, appearing to read "Jean-Louis", with a large, stylized flourish below the name.

